



SCM

# Notícies

27

Juliol 2009

- El CRM celebra els vint-i-cinc anys
- Entrega de premis del XIV Cangur
- Nou pla d'estudis en marxa a la UAB
- Jordi Quer nou degà de la FME



J. Montilla, S. Giner  
i J. Bruna a l'acte del  
25è aniversari del CRM



---

SOCIETAT CATALANA DE MATEMÀTIQUES

---

President: Carles Perelló Valls  
Vicepres.: Josep Lluís Solé Clivillés  
Secretària: Marianna Bosch Casabò  
Tresorera: M. Teresa Martínez-Seara  
Vocals: Josep Grané Manlleu  
Josep M. Mondelo González  
Ignasi Mundet Riera  
Carles Romero Chesa  
Oriol Serra Albó  
Manuel Udina Abelló  
Enric Ventura Capell

Delegat  
de l'IEC: Joan Girbau i Badó

---

Comunicacions:

Carrer del Carme, 47  
08001 Barcelona  
Tel.: **932 701 620**  
Fax: **932 701 180**  
A/e: scm@iec.cat

Secretària: Núria Fuster  
Tel.: **933 248 583** de 10 a 17 h

---

SCM/Notícies

**Juliol 2009. Número 27**

Edita:

Societat Catalana de Matemàtiques  
(filial de l'Institut d'Estudis Catalans)

Editor en cap:

Enric Ventura Capell  
enric.ventura@upc.edu

---

Disseny: Teresa Sabater

Composició en  $\text{\LaTeX}$ : Maria Julià

---

Foto de portada:

J. Montilla, S. Giner i J. Bruna a  
l'acte del 25è aniversari del CRM.

ISSN: 1696-8247

Dipòsit Legal: B.9480-2003

---

## Índex

---

<b>La Junta informa</b>	<b>1</b>
Report de la Junta	1
Introducció a l'ús del Fòrum de la SCM	2
<b>Internacional</b>	<b>4</b>
El 5è Congrés Europeu de Matemàtiques	4
Reunió dels presidents de les societats europees	5
<b>In memoriam</b>	<b>7</b>
En record de Beno Eckmann, 1917-2008	7
Albert Dou: matemàtic, mestre i religiós	10
John R. Stallings, 1935-2008	13
<b>Noticiari</b>	<b>14</b>
Els vint-i-cinc anys del CRM	14
Jordi Quer nou degà de la FME	17
Nous plans d'estudi a la UAB	19
Desena edició de la Matefest/Infifest de la UB	21
Seminari del CEMAT	22
Exposició: «Les matemàtiques i la vida»	23
Les universitats informen	25
<b>Activitats de la SCM</b>	<b>29</b>
Cangur 2009	29
XLV Olimpíada Matemàtica Espanyola	32
<b>Agenda</b>	<b>34</b>
<b>Contribucions</b>	<b>35</b>
El català a la Universitat d'Alacant	35
Sobre l'avaluació dels matemàtics	36
El cost del fracàs escolar en matemàtiques	38
<b>Premis</b>	<b>39</b>
Mikhail Gromov, Premi Abel 2009	39
Premis de la SCM 2010	41
Fundació Ferran Sunyer i Balaguer	41
<b>Parlem de llibres</b>	<b>45</b>
Gabriel Ferrater i Robert Musil	45
Fermat parlava i parla català	50
<b>Racó biogràfic</b>	<b>52</b>
<b>Webs de matemàtiques</b>	<b>56</b>
<b>Problemes</b>	<b>57</b>
<b>Tesis</b>	<b>62</b>

### Report de la Junta

Gairebé a punt d'acabar el curs 2008-2009, hem de fer un balanç positiu de l'activitat global de la Societat, tant pel que fa a les activitats que es van succeir any rere any, com per als nous projectes endegats i aquells que preveiem dur a terme en un futur proper.

Si mirem el conjunt d'activitats regulars mes rere mes, la llista és sorprenent i dóna fe del gran nombre de persones que col·laboren amb la Societat des de diferents vessants. S'ha celebrat recentment la Trobada anual, que, sota el títol «Geometria, evolució i matemàtica», s'ha volgut afegir a la celebració de l'any Darwin. Fa tot just unes setmanes es van donar els premis Cangur, amb un nou rècord de participació i la presència del president de la Generalitat, que l'aventura d'engrescar vint mil nois i noies amb reptes matemàtics bé s'ho val! El *Butlletí* i la *SCM/Notícies* han aparegut, amb la seva regularitat habitual, gràcies a la gran dedicació dels seus editors i les contribucions generoses —alguns cops molt ben *festejades*— dels socis. El «Museu de les matemàtiques» s'ha estrenat formalment aquest mes de maig amb una exposició a Figueres, i la gira per l'Escola d'Hostaleria de Girona el mes de juny i el congrés de les XXIV Jornades per a l'Aprenentatge i l'Ensenyament de les Matemàtiques (JAEM), també a Girona, el juliol. Seguint amb la retrospectiva, el mes d'abril es va celebrar la prova Cangur i el premi Galois que aquest any no ha tingut candidats. El març és el temps de l'Olimpíada Espanyola de matemàtiques, a la qual la Societat contribueix i que, enguany, va organitzar la Universitat de Girona a Sant Feliu de Guíxols. I durant els mesos de gener, febrer, març i abril s'organitzen els «Problemes a l'esprint» de resolució de problemes en línia i per equips dels diferents cicles educatius. Una feïnada d'organització que sempre ve compensada per l'èxit de participació.

Quins nous projectes s'han dut a terme aquest curs? Potser ja no és una novetat, però per fi ja tenim el «Fòrum» de la Societat en marxa. Ens ha costat més del que preveïem i ara

encara falta el més difícil: que el sapiguem fer funcionar entre tots perquè serveixi com a eina d'intercanvi i comunicació entre els socis. Us animem des d'aquí a participar-hi. També s'ha reprès amb força el projecte de les publicacions electròniques, amb la reedició de la «Geometria axiomàtica» d'Agustí Reventós i noves propostes en marxa. Una iniciativa important és l'edició d'una revista conjunta SCM-FEEMCAT sobre matemàtiques i ensenyament (o educació, segons la connotació que vulguem donar a cada terme) de la qual sentireu a parlar en els propers mesos. La Societat col·labora des de fa temps amb la FEEMCAT (Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya) en diferents àmbits i de manera sempre molt productiva, per exemple, en l'organització de la «Jornada d'ensenyament», que està previst celebrar el proper mes de setembre sobre un tema relacionat, precisament, amb aquesta nova publicació. Esperem que la revista doni més força a aquesta col·laboració i ajudi a consolidar una comunitat matemàtica àmplia, que integri tant els investigadors-professors com aquells que consideren la docència com la seva principal dedicació. Finalment, la nostra societat participa en l'organització d'un congrés conjunt de la Societat de Matemàtica Aplicada i Industrial (SIAM) amb les tres societats matemàtiques estatals, la Reial Societat Matemàtica Espanyola (RSME), la Societat Espanyola de Matemàtica Aplicada (SEMA) i la Societat Catalana de Matemàtiques, sobre sistemes dinàmics i equacions en derivades parcials (EDP) (<http://www.siam.org/meetings/dspdes/>).

Volem esmentar, ja per acabar, tres nous projectes que encara estan en fase preparatòria i per als quals qualsevol aportació o suggeriment seran molt benvinguts. La Junta ha aprovat convocar un premi anual en honor del nostre estimat Albert Dou, i ja ha encarregat a una comissió l'elaboració de les bases del premi. També es vol organitzar a la tardor una primera trobada de recerca en la qual els diferents grups d'investiga-

dors de Catalunya puguin exposar les seves línies principals d'investigació. Finalment, i seguint el model del congrés català-txec organitzat per la Junta anterior, hem iniciat els contactes per mirar de celebrar un congrés conjunt amb la

Societat Sueca de Matemàtiques. Esperem que, a la nostra il·lusió en aquestes noves tasques, s'hi afegeixin, com ha passat sempre, l'energia i dedicació dels socis que ens ajuden a tirar endavant la Societat.

Marianna Bosch  
Secretària de la SCM

## Introducció a l'ús del Fòrum de la SCM

El Fòrum de la SCM està basat en un programari de propòsit general anomenat Snitz Forums ([forum.snitz.com](http://forum.snitz.com)), que ha estat traduït i adaptat a l'estructura del web de la SCM per Abraham de la Fuente. La figura 1 correspon a la pàgina d'entrada.

L'estructura de nivell més alt és la *categoria*. Ara mateix n'hi ha dues: una anomenada «Ensenyament» i una altra anomenada «General». Cada categoria consta d'un o més fòrums. A la figura 1 només hi ha un fòrum per categoria. Dins la categoria «Ensenyament» trobem el fòrum «Competències: ...», obert en ocasió de la jornada d'ensenyament organitzada l'any passat per Marianna Bosch. Dins la categoria «General» trobem el fòrum «General», obert en ocasió de la inauguració del fòrum, per tal que pugueu fer les vostres aportacions.

L'obertura i tancament de categories i fòrums és responsabilitat de l'administrador. Dins de cada fòrum, tots els usuaris són lliures de respondre a temes existents o d'obrir nous temes (per a això darrer cal clicar **Tema nou**). Però abans us heu de registrar.

Per registrar-vos, heu de clicar a **Registre**, a la part superior dreta de la barra de dalt que té el logo de la SCM. Us apareixerà una pàgina de condicions d'ús amb les quals heu d'estar d'acord per tal de registrar-vos. En particular, cal activar la casella «Autoritzo que la resta d'usuaris d'aquest fòrum puguin veure les dades (opcionals) del meu perfil, llevat de l'adreça de correu electrònic.» Aquesta línia no us compromet a res: si no ompliu cap dada del vostre perfil, l'única cosa que els usuaris del fòrum coneixeran de vosaltres és el vostre nom d'usuari.

En activar la casella mencionada i clicar **D'acord**, us apareixerà el formulari per registrar-vos.

L'única informació obligatòria és l'adreça de correu electrònic, el nom d'usuari i la contrasenya. L'adreça de correu electrònic quedarà emmagatzemada a la base de dades del fòrum, però en cap cas serà visible per la resta d'usuaris. Just a sota de l'adreça de correu, trobareu un menú desplegable que us dona l'opció d'autoritzar a la resta d'usuaris a enviar-vos correu electrònic a través del fòrum. Encara que activeu aquesta opció, la resta d'usuaris no veuran en cap moment la vostra adreça. A més, la podreu desactivar en qualsevol moment.<sup>1</sup> Un cop cliqueu a **Enviar**, estareu registrats.

Un cop registrats, si entreu al fòrum «General» trobareu el tema **BENVINGUDA**, obert per en Carles Perelló per tal de convidar-vos a participar. Vegeu la figura 2. En aquest moment podeu obrir un nou tema clicant a **Tema nou** (la icona de la carpeta lila més o menys al centre de la figura 2). Si, en comptes d'això, cliqueu a **BENVINGUDA**, veureu els missatges d'aquest tema (a la figura 3 només n'hi ha un). Al costat de la data i l'hora del missatge trobareu unes icones que, en aquest ordre, serveixen per:

1. Veure el perfil d'en Carles.
2. Enviar-li un missatge per correu electrònic.<sup>2</sup>
3. Veure la seva pàgina personal.
4. Respondre amb citació aquest missatge. **Amb citació** significa que s'inclourà el text original a la resposta. Podeu respondre sense citació clicant a **Respondre al tema** sota el missatge.

Al costat dels missatges penjats per vosaltres trobareu dues icones més, que us permetran modificar-los i esborrar-los.

Per a qualsevol dubte, suggeriment o correcció, dirigiu-vos a [scm.forumadm@iec.cat](mailto:scm.forumadm@iec.cat).

<sup>1</sup>De fet, ara mateix l'opció d'enviar correu electrònic no funciona, però l'activarem properament.

<sup>2</sup>Quan aquesta opció funcioni.

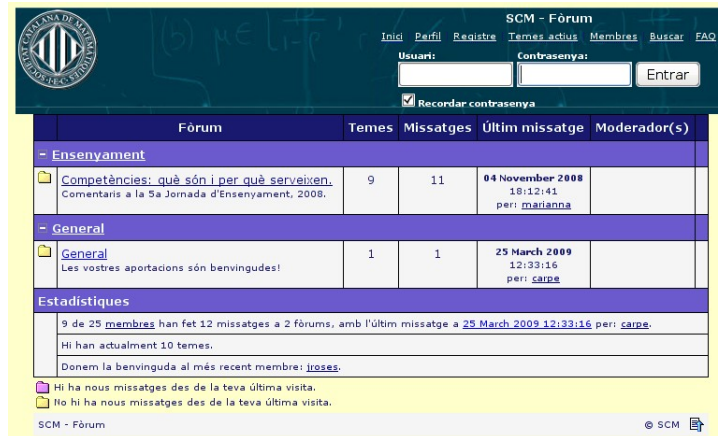


Figura 1: Pàgina principal del Fòrum.



Figura 2: Llista de temes del fòrum «General».

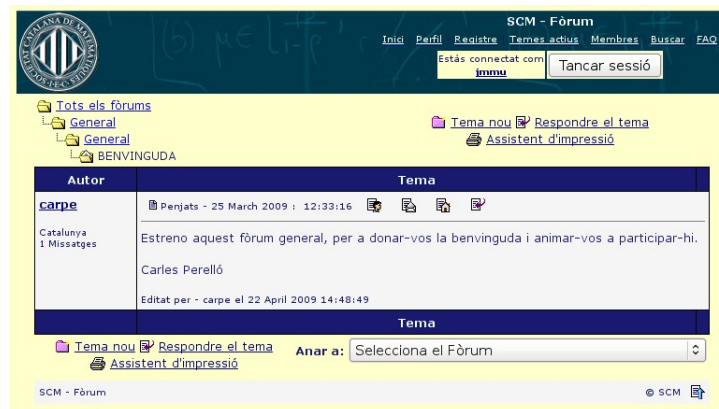


Figura 3: Missatges del tema BENVINGUDA del fòrum «General».

Josep Maria Mondelo  
Vocal de la Junta de la SCM



### El 5è Congrés Europeu de Matemàtiques

#### La inauguració

El 14 de juliol del 2008, a tres quarts de nou del matí, comença la cerimònia inaugural del 5ECM. En entrar al magnífic auditori del centre RAI de Amsterdam, la seu del Congrés, la mirada dels assistents intenta esbrinar la identitat dels joves que seuen a la primera fila. Deuen ser els guardonats amb el premi de la Societat Matem tica Europea (EMS) i el Felix Klein. Qui ho sap? Aquest és un dels secrets ben guardats que aviat es destapar . En veig alguns de coneguts, francesos. Els francesos són un p l xovinistes, oi? Segur que senten una emoció especial per rebre aquest premi un 14 de juliol. Un d'ells va vestit de negre i duu corbat . Els VIP, els que han de parlar, també van vestits amb elegància. Ens salutem. Tenen una actitud una mica absent, un p l encatronada pels nervis. Les seves mentes estan pendents del repte que representa exposar el resultat d'anys de feina, i també una mica impressionats pel directe que s'acosta, per la gran pantalla que els projectarà magnificats, per la megafonia que far  audibles els discursos preparats amb tanta cura.

Al cap de poca estona, el secret es destaca. Ja sabem qui són els guardonats, seuen a l'escenari. De sobte, l'auditori sofreix una transformació inesperada. Retrocedim a l'any 1642. Per les portes principals de l'auditori entra una companyia d'arcabussers. La llum canvia de color i d'intensitat. El to acadèmic dels discursos es transforma en toc trepidant de tambor. Qu  està passant? La companyia ocupa l'escenari, amb molta disciplina i rapidesa, amb pas teatral. Es queden quiets, com estàtues. Aquí els tenim. Tots els personatges de la impressionant *Ronda de Nit*, de Rembrandt van Rijn (1606-1699). No són fantasmes, no. All  en veig un de conegut: un matemàtic holand s. Alt i prim. Quina meravella! La transició d'un espectacle tan fascinant a l'austeritat de les exposicions científiques pot resultar una mica brusca.

#### Un congrés més, entre els grans

No fa gaire, a la conferència inaugural del curs a la Facultat de Matemàtiques de la UB, em vaig

referir als grans congressos (per exemple, els congressos internacionals de matemàtics (ICM) o els europeus (ECM)) com les passarel les de moda de les matemàtiques. L'expressió va sorprendre una mica i va suscitar somriures i murmuris a l'audiència. Hauria pogut dir «fira de mostres», però crec que la primera descripció és molt més exacta. En els grans congressos, no es tracta d'ensenyar totes les matemàtiques que es produeixen en el món, ni d'establir transaccions, sinó més aviat de mostrar les tendències,  s a dir, cap on van les matemàtiques. Ara bé, a diferència de la moda, aquestes tendències no vénen marcades estrictament per criteris est tics, socials o mercantilistes, sinó majorment per la importància de resultats aconseguits recentment. Aquesta importància es mesura per la creació de nou coneixement, per l'impacte potencial o real que aquests resultats poden tenir en desenvolupaments posteriors i per la projecció d'aquests nous coneixements en altres àrees i disciplines.

Elaborar el programa d'aquests congressos no  s una tasca gens fàcil. Hi ha pocs casos en què un resultat demostrat recentment  s unànimament considerat pels matemàtics com una fita crucial. Un exemple recent d'aquests tipus és la resolució de la conjectura de Poincaré per Gregory Perelman. Però la majoria de vegades es tracta més aviat de progressos graduals, que han arribat a un nivell substancialment important, és a dir, d'un flux de resultats que van engreixant una teoria que, amb aquest impuls, es va posicionant com a capdavantera en una  rea. D'altra banda, l'objectiu no és centrar-se en unes quantes àrees de les matemàtiques, sinó considerar-les totes des d'una perspectiva d'unitat i valorant també la seva projecció fora de la mateixa disciplina. Hi ha també l'aspecte de comunicació a tenir en compte. Cal que les conferències d'aquests congressos siguin comprensibles pels matemàtics no necessàriament especialistes en la matèria de la conferència.  s, doncs, molt important que el conferenciant faci un esforç considerable en la presentació.

Aquests paràmetres van guiar l'elecció dels deu conferenciants plenaris del 5ECM, i també la dels trenta-tres conferenciants invitats. Un

total de deu nuclis temàtics van ser representats. Cal modular aquesta xifra pel fet que les fronteres entre diferents àrees no són estrictes. El programa del Congrés va tenir tres activitats addicionals de molta transcendència. La primera van ser les *Science Lectures*, tres conferències per mostrar aplicacions noves de les matemàtiques a altres disciplines. En aquesta ocasió, es va tractar sobre el canvi climàtic (Tim Palmer), informació quàntica (Ignacio Cirac) i dinàmica de poblacions (Jonathan Sherratt). La segona van ser les conferències impartides pels deu joves investigadors guardonats amb els premis de l'EMS i pel guardonat amb el premi Felix Klein per a matemàtiques a la indústria (vegeu la *SCM/Notícies* 26, desembre 2008), una mostra de l'excel·lència en les primeres etapes de la carrera investigadora. La tercera consistí en vint-i-dos minisimposis, resultat d'una convocatòria competitiva que va decidir el comitè científic del congrés. Aquesta activitat, que pels ECM va tenir lloc per primera vegada al de Barcelona l'any 2000, té com a objectiu promoure una àmplia participació d'investigadors que, a banda de sentir-se atrets per aspectes de les matemàtiques de caràcter més global, volen també aprofitar l'oportunitat d'un gran congrés per mostrar i participar en les temàtiques més concretes de les seves especialitats respectives.

## El balanç

Molta gent va assistir al 5ECM, al voltant d'un miler. El centre de congressos RAI va proporcionar una infraestructura d'alt nivell. L'assistència per països va ser molt diversa. Sorpren l'altíssima participació d'holandesos (234); darrere d'ells, el segon país de la Unió Europea amb més participació va ser Espanya. I sí, els *halls* i passadissos del RAI es van convertir durant la setmana del Congrés en una mena de fira de mostres de les matemàtiques. Els estands de les editorials científiques, de les societats matemàtiques, els punts de distribució de cafè, es convertiren en espais de transaccions, d'intercanvis, de llocs de trobada i de discussió de plans per al futur dels congressistes. Mentre portes endins, en els auditoris, era l'espai de les passarel·les. El nivell científic del Congrés va ser molt alt. I va ser també notable l'esforç dels conferencians per fer presentacions impecables des del punt de vista tècnic i entenedores per a un públic ampli. Es va constatar la cada vegada més freqüent i intensa col·laboració entre diferents camps de les matemàtiques i la tendència d'aquestes a tenir un paper determinant en la gestació i el desenvolupament de les sofisticades tecnologies que avui considerem com una clau del progrés.

Marta Sanz i Solé  
UB. Membre del Comitè Científic del 5ECM

## Reunió dels presidents de les societats matemàtiques europees

Els dies 9 i 10 de maig, convocats per l'EMS, es van reunir a l'Institut Banach de Varsòvia els presidents de les societats matemàtiques europees. Van assistir-hi els presidents de les societats o unions matemàtiques d'Alemanya, Bèlgica, Bòsnia, Bulgària, Catalunya, Dinamarca, Espanya, França, Holanda, Hongria, Israel, Itàlia, Làtvia, Londres, Moldàvia, Moscou, Noruega, Polònia, Portugal, Regne Unit, Romania, Suècia i Xipre.

Faré una breu ressenya dels temes que es van tractar i voldria emfasitzar la importància que la nostra Societat participi activament en l'esforç europeu per a prestigiar i desenvolupar la matemàtica, en els seus aspectes educatius, culturals, de recerca i d'ajut a les ciències i a la indústria per al seu desenvolupament.

La reunió va començar amb la presentació de cadascun dels assistents en què donaren a conèixer la societat que representaven. Es va explicar una breu història de l'Institut Banach atès que hostatjava la reunió.

A continuació, Ari Laptev, president de l'EMS, que convocava la reunió, va dirigir unes paraules d'agraïment als organitzadors del 5ECM i va cridar l'atenció sobre el 6ECM que es realitzarà a Cracòvia el 2012, anunciant que s'instaurava un nou premi, l'EMS/Springer per a treballs sobre la història de la matemàtica. Va dir que intensificaria l'ús del «Missatge del president» al web per a comunicar-se àgilment. En particular l'havia utilitzat per donar una felicitació pública a Mikhail Gromov pel seu premi Abel. Va explicar que l'EMS Newsletter

és una de les millors al món, i que, a més, els membres de l'EMS tenien accés lliure al Zentralblatt.

Els projectes importants en els quals ell havia estat treballant incloïen, en primer lloc, el «Forward Look» en matemàtica i indústria, ara dirigit per Mario Primicerio, amb 150.000 €, i, en segon lloc, els congressos ESF-EMS-ERCOM de matemàtiques.

El projecte més important, però, és la nova crida que es farà l'estiu del 2009 pel suport de l'estructura europea de recerca, sota el tema de «infraestructures en matemàtiques i les seves interfícies amb la ciència, la tecnologia i la societat en general», amb un pressupost de deu milions d'euros al llarg de quatre anys.

El president Laptev va esmentar altres activitats, i va concloure la seva intervenció convidant a tothom a suggerir noves vies en què l'EMS pot ser més activa i involucrada amb les activitats de les altres societats europees, i va oferir l'ajut de l'EMS en cas que es necessiti suport extern.

A la discussió subsegüent es va fer notar que els deu milions d'euros per a infraestructures de recerca són només un principi, i que l'European Science Foundation (ESF), amb l'aparició de l'European Research Council (ERC), està canviant cap a ser més favorable al suport de la matemàtica.

També es va fer notar la contradicció creixent entre el valor incrementat de la matemàtica a l'enginyeria, la química i la biologia i el decreixement de la quantitat de matemàtiques que s'ensenyen als estudiants d'aquests temes.

El tresorer de l'EMS, Jouko Väänänen, va fer un informe sobre les finances de l'EMS i va fer notar el nombre molt baix de membres de les diferents societats europees que s'apunten a l'EMS i va demanar a les societats que facilitin l'adjunció dels seus membres.

El vicepresident de l'EMS, Helge Holden, va mostrar la nova pàgina web de l'EMS i va demanar a les societats presents que la fessin visible des dels seus webs. L'adreça és <http://www.euro-math-soc.eu>

El mateix Holden va fer una descripció de l'EMS publishing house.

El secretari de l'EMS, Stephen Huggett, va fer una presentació dels «Joint Mathematical Weekends» i va convidar els presents a fer propostes per a les futures edicions. També va fer

una invitació per a participar a l'esquema de l'*EMS Lecturer*.

Tsou Sheung Tsun va presentar el treball del comitè de l'EMS per als països en desenvolupament (CDC). També va demanar als membres que procuressin canalitzar donacions, que també podrien ser en forma de llibres. Un nou projecte del CDC és els «centres regionals emergents», que va descriure. Finalment va fer una breu introducció al treball del Centre Internacional de Matemàtica Pura i Aplicada (CIMPA), que promou la cooperació internacional en matemàtiques pel benefici dels països en desenvolupament en matemàtiques i les seves aplicacions.

Nuno Crato va comentar que existeix un comitè per al desenvolupament de les matemàtiques als països de parla portuguesa i es va estar d'acord que hauria de col·laborar amb el CDC.

Rolf Jeltsch, president de l'International Council for Industrial and Applied Mathematics (ICIAM), va fer una presentació de la propera conferència a Vancouver el 2011.

Stéphane Jaffard va descriure com havien canviat a França els processos d'avaluació i els procediments per a la distribució del suport a la recerca, donant més autonomia a les universitats. Això ha fet que algunes universitats, especialment les petites, utilitzin mètriques inapropiades per avaluar la recerca, a més que la nova agència ENR s'estima més donar ajuts grans per a projectes a curt termini o bé que estan de moda. Proposa que l'EMS cerqui alguna resposta col·lectiva a aquests problemes.

Brian Davies va assenyalar que el Regne Unit va davant França en aquests problemes; el Research Council s'estima més donar ajuts grans als temes que estan de moda, i la quantitat destinada a treball bàsic de matemàtiques ha baixat a la meitat en cinc anys.

Rolf Jeltsch va portar a l'atenció de la reunió l'informe de la International Mathematical Union (IMU) sobre l'avaluació dels matemàtics. L'informe, traduït al català, es pot trobar al web de la nostra societat, <http://scm.iec.cat>, i en va aparèixer un resum a la *SCM/Notícies*.

Gusein-Zade va informar sobre les escoles d'estiu a Dubna, mentre que el representant de Moldàvia donava algunes dades sobre la seva societat i anunciava la seva intenció d'incorporar-se a l'EMS.

Va haver-hi una petita discussió sobre els requeriments perquè les societats matemàtiques



puguin incorporar-se a l'EMS (han de ser prou estables). La discussió va portar a plantejar-se fins on arriba Europa.

Michael Günter va fer una presentació del projecte «Forward Look» de l'European Consortium for Mathematics in Europe (ECMI), suportat per l'ESF, dedicat a la matemàtica i la indústria. Té tres línies de desenvolupament que són: «Desenvolupament de la carrera i entrenament», «Interfície acadèmia-indústria» i «Oportunitats i reptes».

Pavel Exner va descriure el treball de l'ERC, que ara té cinc anys d'edat, i que està destinat a ser el cos de finançament dominant a Europa. Els ajuts no tenen restricció de nacionalitat i no es poden dedicar a les xarxes informàtiques sinó a l'excel·lència científica de les propostes de recerca.

Finalment, es va determinar que la següent trobada de presidents de les societats europees de matemàtiques es realitzi a Konstanta, Romania, del 15 al 18 d'abril de 2010.



Els presidents de les societats matemàtiques europees assistents a la reunió.

Carles Perelló  
President de la SCM

## In memoriam

### En record de Beno Eckmann, 1917-2008

Per a mi escriure sobre Beno Eckmann no és fàcil, ja que he de destriar entre allò que representa la seva trajectòria professional com un dels grans matemàtics del segle XX, la seva vinculació amb matemàtics catalans i els records més personals d'un deixeble, primer, i amic, després.

El primer contacte d'Eckmann amb un matemàtic català, o, millor dit, el primer contacte d'un matemàtic català amb Eckmann es remunta a la primavera de 1955 quan Josep Teixidor assistí a un curs seu a l'Escola Politècnica Federal de Zuric (ETHZ) i entrà per primera vegada en contacte amb la topologia. El curs següent Teixidor impartiria per primer cop un curs de

doctorat sobre teoria d'homotopia i dos anys més tard seria Eckmann qui impartiria un curs avançat a la Universitat de Barcelona en una època en què la recerca matemàtica al nostre país era gairebé inexistent i els contactes amb científics de fora pràcticament nuls.

Nat a Berna (Suïssa) el 31 de març de 1917, es doctorà a l'ETHZ (on havia estudiat), sota la direcció de Heinz Hopf, l'any 1941, en qüestions de la incipient teoria d'homotopia i els espais fibrats, iniciada feia poc per Witold Hurewicz, i va merèixer per aquest treball el Premi Kern i la medalla de plata. La interrelació entre la topologia, la geometria diferencial, la teoria de

grups i l'àlgebra en general en el sentit abstracte que li havia donat Emmy Noether marcaren la seva activitat de recerca durant pràcticament seixanta anys.

La influència de Hopf es veié incrementada amb la de Georges de Rham durant el període 1942-1948 que Eckmann exercí de professor a la Universitat de Lausana. No era fàcil la mobilitat en aquells temps en plena Segona Guerra Mundial o tot just acabada, però Eckmann fou invitat l'any 1947 a l'Institut for Advanced Study, a Princeton, on romangué un curs. Posteriorment, l'any 1948 acceptaria una plaça de professor a l'ETHZ, on treballà la resta de la seva vida, amb importants i llargues estades a la Universitat de Michigan (1950), la Universitat d'Illinois (1952), la Universitat de Califòrnia a Berkeley (1955) o l'Escola Normal Superior de Pisa (1958), entre altres.

Un important canvi en les obligacions d'Eckmann es produí l'any 1964 quan, a iniciativa seva, fou creat el Forschungsinstitut für Mathematik (FIM), un centre de recerca amb una concepció innovadora aquella època, sense personal investigador fix i només amb investigadors visitants per llargues temporades i joves investigadors en la seva etapa postdoctoral. Durant vint anys es va dedicar al FIM, fins a la seva jubilació l'any 1984, en què s'alliberà de la tasca de direcció però seguí plenament en la recerca.

És en aquest període, concretament l'any 1971, quan el vaig conèixer, en desplaçar-me a l'ETHZ per realitzar la tesi doctoral sota la seva direcció. I aquell primer contacte, que durà cinc anys, fou el germen del futur Grup de Topologia Algebraica de Barcelona, amb la tesi doctoral d'Irene Llerena (dirigida per Urs Stambach, deixeble d'Eckmann) i les estades postdoctorals a Zuric de Jaume Aguadé i de Carles Casacuberta.

Però l'herència d'Eckmann a Barcelona va molt més enllà. La creació del Centre de Recerca Matemàtica (CRM) l'any 1984 es basà en la mateixa idea que ell havia tingut vint anys abans a Zuric, i, cal dir-ho, encara que amb uns mitjans menors, intentàrem, i aconseguírem, seguir el mateix model, amb una eina, el CRM, al servei de la comunitat matemàtica catalana, és a dir, al país, i no només en benefici d'un grup de recerca. A través del CRM s'intensificà el contacte d'Eckmann amb Catalunya, com a conferenciant invitat en els actes de celebració

del 25è aniversari de la Universitat Autònoma de Barcelona, però sobretot per l'amistat amb Warren Dicks, ja resident a Barcelona, gaudint tot parlant de matemàtiques.



*Doris and Beno Eckmann*

### Camps de recerca més destacats

Grups d'homotopia i espais fibrats. Tres treballs d'Eckmann desenvolupen sistemàticament la teoria dels grups d'homotopia, introduïts per W. Hurewicz l'any 1935:

- «Zur Homotopietheorie gefaserte Räume», *Comment. Math. Helv.*, 14 (1941/1942), pàg. 141-192.
- «Über die Homotopiegruppen von Gruppenräumen», *Comment. Math. Helv.* 14 (1941/42), pàg. 234-256.
- «Systeme von Richtungsfelder in Sphären und stetige Lösungen komplexer linearer Gleichungen», *Comment. Math. Helv.*, 15 (1942/43), pàg. 1-26.

Solucions contínues d'equacions lineals. El tercer treball anterior planteja ja dues qüestions importants: *a)* l'existència de sistemes de camps vectorials tangents a una varietat, *b)* per a quins  $n$  i  $r$  existeix una solució contínua de  $r$  equacions lineals reals en  $n$  incògnites. Després d'algunes aproximacions, la solució completa arribaria l'any 1968 utilitzant el teorema de F. Adams sobre el problema de l'«invariant de Hopf 1»:

- «Continuous solutions of linear equations – some exceptional dimensions in topology», *Battelle Rencontres 1967. Lectures in, W. A. Benjamin (1968), 516-526. Mathematics and Physics.*

Cohomologia de grups, àlgebra homològica. La introducció l'any 1945 de la cohomologia de grups coincideix parcialment amb el treball de S. Eilenberg i S. Mac Lane (en plena Segona Guerra Mundial no hi havia contactes entre ambdós costats de l'Atlàntic):

- «Der Cohomologie-Ring einer beliebigen Gruppe», *Comment. Math. Helv.*, 18 (1945/1946), pàg. 232-282.

Eckmann desenvolupa l'àlgebra homològica i introdueix el concepte de *transfer*, que s'aplicaria en diverses situacions de la topologia, la teoria de grups i l'àlgebra:

- «On complexes with operators», *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 39 (1953), pàg. 35-42.
- «Cohomology of groups and transfer», *Ann. of Math.*, 58 (1953), pàg. 481-493.

Dualitat d'Eckmann-Hilton. Una fructífera relació de més de quinze anys amb Peter Hilton dona lloc a la introducció de la teoria de la dualitat per a mòduls i per a grups d'homotopia d'espais, reconeguda pel Mathematics Subject Classification en incloure-la com una secció especial. El primer treball, d'una sèrie de més de vint és: «Topologie et dualité», *Coll. Topol. Alg. Centre Belge de Rech. Math.* (1956), pàg. 41-53.

Grups amb dualitat de Poincaré. El concepte de grups amb dualitat homològica apareix per primer cop l'any 1971 en la tesi doctoral de Robert Bieri, dirigida per Eckmann.

- R. Bieri, «Groupes à dualité de Poincaré» (French). *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A-B* 273 (1971), pàg. A6-A8.
- «Groups with homological duality generalizing Poincaré duality», *Invent. Math.*, 20(2), (1973), pàg. 103-124 (amb R. Bieri).

En una sèrie de treballs publicats durant dotze anys, Eckmann aconseguí demostrar, en treballs conjunts amb Heinz Müller i Peter Linnell, que els grups de dimensió dos amb dualitat de Poincaré són els grups de superfícies, un dels resultats més importants en tota la teoria de cohomologia de grups.

- «Poincaré duality groups of dimension two», *Comment. Math. Helv.*, 55 (1980), pàg. 510-520 (amb H. Müller).
- «Poincaré duality groups of dimension two II», *Comment. Math. Helv.*, 58 (1983), pàg. 111-114 (amb P. Linnell).

### **Esferes paral·lelitzables. Un exemple d'un teorema d'Eckmann**

A l'article «Systeme von Richtungsfeldern in Sphären und stetige Lösungen komplexer linearer Gleichungen» (Sistemes de camps vectorials tangents sobre les esferes i solucions contínues d'equacions lineals complexes), publicat per Eck-

mann a *Comment. Math. Helv.*, 15 (1942/1943), pàg. 1-26, demostra el teorema següent, que destaquem per la seva llarga història i les moltes eines topològiques amb les quals s'hi va treballar:

**Teorema.** *En una esfera de dimensió  $4p + 1$  no existeix cap sistema de 2 camps vectorials tangents continus sense singularitats ortogonals en cada punt. Conseqüentment, les esferes de dimensió  $4p + 1$  no són paral·lelitzables.*

L'existència o no de camps vectorials continus sense singularitats sobre les esferes quedà definitivament resolt l'any 1912 quan Luitzen E. J. Brouwer, utilitzant les tècniques que ell havia introduït *del grau d'una aplicació*, demostrà que no n'existeixen sobre les esferes de dimensió parell, essent evident que sí sobre les de dimensió senar. L'any 1925 Heinz Hopf generalitzà aquest resultat a varietats tancades orientables, i va demostrar que en aquest cas la suma dels índexs de les singularitats és un invariant topològic, la característica d'Euler.

En aquesta línia el pas següent fou estudiar l'existència de sistemes de 2 camps vectorials tangents continus sense singularitats, ortogonals en cada punt, molt vinculat al de l'existència d'esferes paral·lelitzables.

Com a conseqüència del teorema de Brouwer ja se sabia que la resposta era negativa per a esferes de dimensió parell, i Eduard Stiefel, deixeble de Hopf, demostrà l'any 1935 que la resposta és positiva per a les esferes de dimensió  $4p - 1$ . En el mateix treball, demostrava que les esferes de dimensió 1, 3 i 7 són paral·lelitzables.

Mentre que en els resultats de Brouwer i de Hopf esmentats s'utilitzen les tècniques de topologia algebraica introduïdes per Poincaré o per ells mateixos, Stiefel ja fa servir essencialment la teoria d'homologia i Eckmann, deixeble de Hopf i company de Stiefel, utilitza per primer cop la recent teoria d'homotopia per demostrar resultats concrets importants com l'esmentat.

L'estudi dels sistemes de camps vectorials tangents, ortogonals 2 a 2 en cada punt, i el de les esferes paral·lelitzables foren temes actius de recerca amb tècniques cada cop més sofisticades. L'estudi de l'invariant de Hopf 1, mitjançant teoria d'homotopia i teoria K, en el qual Eckmann contribuí, portaren a mitjan anys seixanta a demostrar que les esferes de dimensió 1, 3 i 7 són les úniques paral·lelitzables.



## La seva generositat

Beno Eckmann dedicà moltes hores i molts esforços en benefici de la comunitat matemàtica, la suïssa i la internacional. La mostra més patent n'és la creació i direcció del FIM, com ja he esmentat, però també en el camp editorial, com a editor de diverses revistes de recerca i sèries de llibres, entre les quals cal destacar *Lecture Notes in Mathematics*, de l'editorial Springer, de la qual fou el propulsor i primer editor juntament amb Albrecht Dold.

Entre els càrrecs i honors que va rebre, mereixen destacar els següents: secretari de la Unió Matemàtica Internacional (1956-1961), president de la Societat Matemàtica Suïssa (1961-1962), conferenciant plenari al Congrés Internacional de Matemàtics (1962), director del Forschungsinstitut für Mathematik (1964-1984), *doctor honoris causa* per les universitats de Fribourg (1964), EPF Lausanne (1969), Israel Institut of Technology (1983), Universitat Ben Gurion (2004), membre del Consell Científic de la Swiss National Science Foundation (1973-1984), president d'honor del Congrés Internacional de Matemàtics, Zuric (1994).

La seva generositat es fa també palesa en el nombre de tesis doctorals dirigides, seixanta. La seva descendència matemàtica passava l'any 2008 de mil persones de tot el món i de les més diverses àrees de les matemàtiques. D'aquestes, trenta-cinc estan vinculades d'una manera directa amb la UAB arran de la meua estada a l'ETHZ (vegeu <http://manuel.castellet.cat>). A <http://www.math.ethz.ch/~eckmann/Stammbaum.ps> es pot trobar l'arbre amb què el vam obsequiar els topòlegs catalans en ocasió del seu 80è aniversari, l'any 1997.

Seria deshonest per part meua acabar aquesta semblança sense esmentar la seva muller, Doris. No sóc capaç de recordar cap acte públic de felicitació, d'homenatge o d'agraïment en què ell no fes esment de l'ajut constant d'ella, sense la qual, deia, no hauria pogut desenvolupar la seva vida científica i personal. El peu de la fotografia que il·lustra aquesta nota, extreta de la *Selecta* Beno Eckmann, és manuscrit d'aquest home que ens va deixar el 25 de novembre de 2008.

Per a més informació:

<http://www.math.ethz.ch/~eckmann>

<http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Biographies/Eckmann.html>

Manuel Castellet  
UAB. Director honorari del CRM

## Albert Dou: matemàtic, mestre i religiós

Albert Dou i Mas de Xexàs moria plàcidament en el Centre Borja després del migdia del dissabte 18 d'abril de 2009, als noranta-tres anys d'edat. Ens deixa a molts certament un buit com a matemàtic, com a mestre i com a religiós.

Nascut el 21 de desembre de 1915 a Olot (Girona), on va estudiar el batxillerat als escolapis, als setze anys es desplaçava a Madrid per estudiar a l'Escola d'Enginyers de Camins, Canals i Ports. Tot just tres anys després els seus estudis van sofrir la interrupció de la Guerra Civil. La vivència, durant l'estiu de 1936, de la profanació i incendi de la capella de Sta. Margarida a la seva casa pairal La Dou, el va fer decidir a anar-se'n a Saragossa i a allistar-se voluntari a l'exèrcit nacional.

Als vint-i-set anys, en plena postguerra, però després d'haver conclòs la seva carrera d'enginyer de camins amb premi extraordinari i d'haver començat fins i tot la carrera de mate-

màtiques, ingressa a la Companyia de Jesús, al noviciat de Veruela. Segueixen després les llicenciatures en filosofia i teologia cursades a Sarrià, i a Innsbruck i Sant Cugat, respectivament. Entre ambdues llicenciatures eclesiàstiques Albert conclou a Barcelona la seva llicenciatura en matemàtiques, també amb premi extraordinari, i comença a elaborar la seva tesi doctoral, que defensarà brillantment a la Universitat Central de Madrid, com era llavors obligatori.

Acabava d'ordenar-se sacerdot quan en l'Escola d'Enginyers de Camins de Madrid li oferiren una càtedra de matemàtiques. L'ofertament fou inesperat, i era llavors inhabitual entre els jesuïtes dedicar-se a l'ensenyament en un centre estatal. Així que el 1955 Albert Dou va inaugurar aquesta nova manera d'apostolat intel·lectual, i a més el 1957 va obtenir la Càtedra d'Anàlisi Matemàtica (Equacions Diferencials) a la Universitat Complutense de Madrid.



Els vint anys que va consagrar a aquesta doble càtedra (1955-1975) són sens dubte els més fecunds de la seva activitat com a matemàtic. Destacà en la seva docència, i sobretot a promoure la investigació, en contacte amb grans figures i centres d'arreu del món. J. Idefonso Díaz, el seu antic doctorand i avui en certa manera successor, com a director de l'actual Departament de Matemàtica Aplicada en la Universitat Complutense de Madrid, ens distingeix tres etapes temàtiques en la trajectòria d'investigació d'Albert Dou.

Durant la primera etapa (1950-1959), es dedica a treballs de geometria diferencial relacionats amb la seva tesi sobre *Els cuadríexits plans* (un cert tram de corbes en el pla), inspirada per un curset que va impartir el professor Wilhem Blaschke de la Universitat d'Hamburg, al Seminari Matemàtic de la Universitat de Barcelona, i publicada íntegrament com a Memòria de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona el 1953. Els resultats de Dou van ser ressaltats pel mateix Blaschke en el seu llibre fonamental sobre el tema (1955). Dou els havia presentat en el Primer Congrés Mundial de Matemàtiques (Àmsterdam, 1954), i àdhuc els milloraria posteriorment (Collectanea Mathematica, vol. 9, núm.1, (1957), pàg. 41-58).

La segona etapa (1959-1974), dedicada a l'estudi de l'elasticitat, comença amb un viatge als Estats Units subvencionat per la Fundació Juan March (curs 1959-1960), bàsicament al Courant Institute de Nova York, on coneix grans figures, especialment Fritz John, del qual segueix un curset sobre elasticitat. Publica sobre la *unicitat plana* en el cas d'un cilindre buit (1962) i sobre diverses versions equivalents del principi de Saint-Venant en les bigues (1961), i comunica els seus resultats en els congressos internacionals de Wisconsin 1960 i Estocolm 1962, així com en les dues primeres RAME, Madrid 1960 i Saragossa 1961. Aquestes investigacions reben un nou impuls amb un segon viatge als Estats Units (1963-1964), aquesta vegada com a professor convidat al Centre de Recerca Matemàtica (MRC) de la Universitat de Wisconsin-Madison. Publica de nou sobre el principi de Saint-Venant, donant contraexemples que mostren la importància de la forma del cos elàstic (1964, 1966). És convidat al CIME celebrat a Ispra (1967), i imparteix un curs de doctorat en el qual desenvolupa un treball de F. John sobre làmines (1968). Publica

sobre les solucions periòdiques de les equacions de l'elasticitat (1970), i comunica els seus resultats sobre la desigualtat de Korn al Congrés de Vancouver (1974). Finalment publica, amb Emilio de la Rosa, les notes d'un curs sobre elasticitat teòrica (1974-1975).



La tercera etapa temàtica, dedicada a les equacions en derivades parcials, s'encavalla cronològicament amb l'anterior (1963-1974). Demuestra el seu interès en aquest camp amb l'elecció del seu discurs d'ingrés en l'Acadèmia de Ciències de Madrid sobre «Relacions entre les equacions en derivades parcials i la física» (1963). La seva investigació sorgeix de la seva docència i de les notes de classe de l'Escola de Camins (1968, 435 pàgines ciclostilades). Part d'aquest material serà recollit en els seus llibres de text (1970 i 1973). El 1969-1970 imparteix un curs a la Universitat de Notre-Dame (1969), que és editat en anglès per aquesta mateixa Universitat (1972). Publica sengles articles sobre propietats de la solució fonamental de l'equació de Laplace (1972 i 1973). El contacte internacional profund s'establix aquesta vegada amb l'escola francesa de Jacques-Louis Lions i Haïm Brezis, i es realitza d'una manera diferent. Dou imparteix cursos de doctorat sobre els últims llibres de Lions (1968 i 1972), i amb l'ajuda dels Serveis Culturals de l'Ambaixada Francesa envia allí doctorands i convida un o dos professors francesos per any a investigar a Madrid. Aquest contacte tindrà la seva expressió culminant en el nomenament de J.-P. Lions doctor *honoris causa* per la Universitat Complutense, en el qual Dou va actuar com a padrí (1976). Imbuït en aquest ambient de l'escola francesa, Dou escriu el seu *teorema de densitat en  $H^1(Q)$  i  $H^{1/2}(a, b)$* , publicat per l'Acadèmia de Ciències (1975). Com a eco posterior d'aquesta etapa

temàtica recordem les seves dues col·laboracions amb J. I. Díaz sobre fluxos subsònics al voltant d'un obstacle simètric (1982), que constituïran les últimes publicacions matemàtiques de Dou.

Durant aquesta última etapa Dou va arribar a dirigir una trentena de tesis doctorals a l'Escola de Camins o en la Universitat Complutense. Bona part d'aquestes van donar amistats profundes entre mestre i nou doctor, i algunes donen origen a nous centres d'investigació matemàtica a Espanya.

Un canvi profund en la seva tasca magisterial li sobrevingué al ser nomenat rector de la Universitat de Deusto el 1975. Durant aquell bienni difícil de la nostra transició democràtica, Dou s'esforçarà per escoltar i acollir les noves generacions d'alumnes, i per deixar ben clar l'ideal acadèmic d'una universitat i la seva compatibilitat amb un ideari d'orientació cristiana. A continuació, com a rector acadèmic durant un trienni de l'Instituto Católico de Artes e Industrias (ICAI) i de l'Instituto Católico de Administración y Dirección de Empresas (ICADE) a Madrid, li tocarà la difícil tasca de preparar l'agregació d'aquests centres amb els de Teologia, Filosofia i Ciències Humanes, dins de la Universitat Pontifícia de Comillas, Madrid. Complertes aquestes tasques, tornà a la seva càtedra de la Universitat Complutense fins a la seva jubilació.

Els quinze últims anys de la seva vida universitària (1984-1998) els dedicarà a la Universitat Autònoma de Barcelona, com a professor emèrit d'història de les matemàtiques. En aquest nou camp demostrà dos interessos principals: el tema dels matemàtics espanyols (especialment els del segle XVII i els jesuïtes), i el tema del paral·lelisme i l'origen de les geometries no euclidianes (d'Euclides a Einstein, però especialment el paper de Saccheri). Sobre aquests temes imparteix anualment un curs de doctorat, i dirigeix tres tesis. És de destacar també la seva traducció i anotació del *Mètode de màxims i mínims* d'Euler, editat per la Universitat Autònoma. Albert Dou ocuparà així un important paper com a membre fundador del Centre d'Estudis d'Història de les Ciències (CEHIC), mentre animarà també humanament i religiosa la residència universitària del Turó de Sant Pau a Bellaterra.

Encara als seus vuitanta-dos anys, es va sentir amb ànims per a dedicar-se a Girona a la pastoral universitària durant cinc anys (1998-2003). Els últims anys de la seva vida els ha passat en el Centre Borja de Sant Cugat, col·laborant en el Seminari de Teologia i Ciències de l'Institut de Teologia Fonamental (2003-2007), i últimament cuidant la seva delicada salut i resant per l'Església i la Companyia (2007-2009).

No voldria acabar aquesta ja llarga nota sense alludir a la faceta profundament humana i religiosa d'Albert Dou. Són proverbials els seus dots d'animador de comunitats, per la seva bonhomia, el seu enginy i la seva vivesa de discussió. A més, era evident que tota la seva extraordinària activitat intel·lectual i social estava guiada per profundes conviccions religioses. Amb la seva llarga i rica experiència com a jesuïta universitari, va acceptar amb gran dedicació la missió de coordinar els prop de cinquanta jesuïtes que estaven treballant a Espanya en universitats estatals o altres institucions universitàries no jesuïtiques que formaven la Misión Universitaria en Instituciones no jesuitas (MUINSI), i la de fundar i presidir l'Associación Interdisciplinar José de Acosta (ASINJA) durant vint-i-quatre anys (1975-1998). Per fi, deu anys més tard, se'l va nomenar també coordinador de tots els jesuïtes científics del món (Jesuits in Science), càrrec que va ocupar durant nou anys (1985-1993).

Conclourem amb una idea molt pròpia d'Albert Dou, que ell mateix va formular així per escrit als seus 80 anys: «El professor que dóna apassionadament un curs universitari, vulgui o no, sigui conscient d'això o no, imparteix també una visió del cosmos i de la vida, i els alumnes, ho vulguin o no, ho sàpiguen o no, queden críticament impactats pel curs, sigui cap a una acceptació o cap a un rebuig de valors o pseudovalors humans, independentment dels continguts matemàtics o de la disciplina que s'ensenyi. Personalment, per a mi, després de viure un temps en una espècie d'esquizofrènia entre els valors religiosos i els matemàtics, aviat vaig arribar a la conclusió que convergien en un únic humanisme. De vegades ho he resumit en una frase: Del púlpit a la tarima no hi ha solució de continuïtat.»

Manuel García Doncel, SJ  
Centre Borja, Sant Cugat del Vallès

## John R. Stallings, 1935-2008

El passat 24 de novembre ens va deixar en John R. Stallings, matemàtic de primera línia dins del món de la topologia i la teoria de grups durant la segona meitat del segle XX. John Stallings feia ja un temps llarg que lluitava contra el càncer de pròstata, i en els seus últims anys havia desenvolupat diabetis. Va tenir una mort tranquil·la a casa seva, a Berkeley, Califòrnia.

Nascut a la petita localitat de Morrilton, al rural estat d'Arkansas, el 22 de juliol de 1935, després d'acabar la carrera al seu estat natal el 1956, es dirigí cap a Princeton per fer el seu doctorat sota la guia de Ralph Fox. Stallings ja demostrà les seves aptituds per la topologia fent una demostració topològica del teorema de Grushko.

En els seus primers anys de recerca, es va dedicar a intentar trobar una demostració de la conjectura de Poincaré. Passà uns anys postdoctorals a Oxford, on va saber de la demostració de la conjectura donada per Smale per a dimensió 5 i superiors, i els seus intents van produir una demostració alternativa, que primer va creure correcta per a totes dimensions, i després va descobrir que només era vàlida per a dimensió 7 i superiors. Després dels seus esforços, va escriure un article titulat «How not to prove the Poincaré conjecture», on explica tots els seus infructuosos esforços per a la demostració de la conjectura.



De 1962 a 1967 va desenvolupar la seva recerca a Princeton un altre cop, i a partir de 1967 es traslladà a Berkeley, on va viure fins als

seus últims dies. Es jubilà de la seva posició de professor a Berkeley l'any 1994, però continuà dirigint tesis doctorals fins a l'any 2005.

John Stallings va ser tota la seva vida un expert en els grups lliures no abelians i tot el que els envolta. El primer resultat pel qual Stallings és conegut és l'article sobre grups amb un nombre infinit de finals. En aquest article, Stallings demostra que un grup (finitament generat) amb dimensió cohomològica 1 és un grup lliure. Aquest teorema és un corollari del resultat principal de l'article on Stallings demostra que si  $G$  és un grup finitament presentat i lliure de torsió, i amb un nombre infinit de finals, aleshores  $G$  és un producte lliure no trivial. Aquest article va aparèixer a l'*Annals in Mathematics*, i va ser la causa principal que l'American Mathematical Society li concedís el Premi Cole l'any 1970. Així mateix, Stallings fou un conferenciant convidat al Congrés Internacional de 1970 a Niça.

Segons la meua opinió, l'article més important de Stallings és l'article «Topology on finite graphs», en el qual desenvolupa el mètode dels grafs per estudiar els subgrups del grup lliure. Stallings, emprant una eina que ha estat coneguda posteriorment com a *Stallings' foldings*, demostra que els subgrups del grup lliure es corresponen amb grafs de grau constant, considerats com a recobridors del graf amb un sol vèrtex, i dona demostracions senzillíssimes de teoremes clàssics de teoria de grups, com aquell que diu que un grup finitament generat només té un nombre finit de subgrups d'índex fixat. El mètode dels *foldings* ha estat explotat extensament en els anys posteriors a la seva publicació l'any 1983 a *Inventiones mathematicae*, i ja és un clàssic de la teoria de grups moderna.

La mort de Stallings em va afectar especialment, atès que ell era el meu *avi matemàtic*, havia dirigit la tesi al meu director, Steve Gersten. Ja sabíem, m'ho havia dit en Gersten (ells eren grans amics personals), que Stallings estava malalt, però, és clar, no per esperada la seva mort va ser menys trista. Vaig tenir el gran honor que Stallings assistís a una xerrada meua a Berkeley el dia 10 de desembre de 2007 (menys d'un any abans de la seva mort), i ja vaig observar el deteriorament del seu estat físic. El fet que demostra que ell era plenament conscient de la seva malaltia va ser el seu comentari quan



el vaig anar a saludar després de la xerrada. Em va dir: «I'm surprised you recognize me». Òbviament exagerava, però el seu estat de salut ja era força precari.

*L'avi John va morir acompanyat de la seva companya de molts anys, Molly. Tenia setantatres anys. Descansi en pau.*

Pep Burillo  
UPC

## Noticiari

### Els vint-i-cinc anys del Centre de Recerca Matemàtica

Aquest any 2009 s'esdevé el 25è aniversari de la creació del Centre de Recerca Matemàtica (CRM), actualment un consorci entre la Generalitat de Catalunya i l'Institut d'Estudis Catalans, i que és el més antic de la xarxa CERCA de centres de recerca participats pel govern català. El CRM ha organitzat actes de celebració d'aquesta efemèride, essent-ne el més assenyat el concert que el dia 27 d'abril va oferir a L'Auditori de Barcelona el pianista Alexander Melnikov. Un acte acadèmic de caràcter més especialitzat, el CRM Open Day, tindrà lloc el mes de novembre.

El CRM fou fundat l'any 1984 gràcies a la iniciativa i l'empenta de Manuel Castellet, catedràtic del Departament de Matemàtiques de la UAB, qui n'ha estat el director fins al març de 2007. Fundat inicialment com a centre dependent de l'IEC, el CRM s'instal·là a la Facultat de Ciències de la UAB en uns locals cedits per la Universitat. L'any 2002 es reestructurà en el Consorci actual. Després d'un seguit de canvis d'emplaçament i ampliacions, ocupa actualment uns 1.200 m<sup>2</sup> a la Facultat de Ciències de la UAB. L'equip de direcció actual consta de Joaquim Bruna (director), Carles Casacuberta, Marta Sanz-Solé i Joan Solà-Morales.

L'acte del 27 d'abril a L'Auditori va ser presidit pel president de la Generalitat de Catalunya, senyor José Montilla, i comptà amb l'assistència de diversos càrrecs del Departament d'Innovació, Universitats i Empresa (DIUE), càrrecs acadèmics, membres de la comunitat matemàtica en general, familiars, etc. fins a totalitzar 286 persones.

La presidenta del Consell de Direcció del CRM, doctora Blanca Palmada, obrí l'acte i donà la benvinguda als assistents. Seguidament,

el doctor Ramon Moreno —que acaba de deixar el seu càrrec de director general de Recerca per ocupar-se de la direcció de la recentment creada agència CERCA— féu una exposició sobre l'estat actual i el model de la xarxa CERCA. A continuació, el director del CRM, Joaquim Bruna, exposà la trajectòria i els plans de futur del Centre. El president de la Generalitat tancà la part institucional de l'acte amb un bon parlament sobre la implicació del Govern català en la recerca bàsica en general i en la recerca matemàtica en particular.



Alexander Melnikov, fill del catedràtic del Departament de Matemàtiques de la UAB Mark Melnikov, oferí a continuació una interpretació memorable dels preludis de Chopin, amb un devessall de tècnica, energia i perfeccionisme que impressionà tothom. L'acte acabà amb un sopar a peu dret ofert pel CRM als assistents.

A continuació s'inclou el text del parlament de Joaquim Bruna sobre la trajectòria i plans de futur del CRM, que creiem que pot ser d'interès per a la comunitat matemàtica en general.

\* \* \*



Molt Honorable President de la Generalitat, excel·lentíssims i magnífics rectors i rectores, càrrecs institucionals, càrrecs acadèmics, amigues, amics.

Som aquí per celebrar els vint-i-cinc anys del CRM, una fita molt important per al Centre i per al món de la recerca a Catalunya. En aquesta intervenció, faré un breu recorregut sobre el que ha fet el CRM fins ara i després explicaré els reptes de futur.

Fa uns trenta anys, al final dels setanta, la recerca i la formació avançada en matemàtiques a Catalunya, a les universitats, fan un canvi qualitatiu i quantitatiu impressionant. De bons professors actius en recerca, n'hi havia des de molt abans, però és aleshores quan l'ambient i les condicions per a la recerca als departaments canvien, quan la gent jove té una creixent inquietud per publicar en revistes internacionals, quan comencen a venir als departaments visitants d'una forma continuada, quan es comencen a fer tesis de gran nivell, en definitiva quan els paràmetres de l'activitat matemàtica es van homologant als de la resta de països de l'entorn europeu i assolim una relativa visibilitat.

És en aquest context que neix el CRM l'any 1984, gràcies a la iniciativa, l'energia i l'empenta del doctor Manuel Castellet, i neix com a centre vinculat a l'Institut d'Estudis Catalans, i s'instal·la a la UAB. Crec que és escaient fer diversos reconeixements públics, i crec que puc fer-los en nom de la comunitat matemàtica catalana. Primer, al doctor Manuel Castellet, fundador i director del centre durant vint-i-tres anys. Jo ara dirigeixo el centre, i estic en condicions de copsar des de dins, igual que tots els presents que tenen experiència en la gestió de la recerca, l'enorme energia, dedicació i —per què no dir-ho— força de caràcter que cal per bastir una estructura com la que ens ha deixat. I això fa vint-i-cinc anys, quan les condicions per a fer-ho no eren les d'ara. Gràcies, Manuel. En segon lloc, el reconeixement a la nostra Acadèmia Nacional, l'IEC, i particularment a la seva Secció de Ciències i Tecnologia, per fer seva la iniciativa, donar-hi suport durant molts anys i inserir-la més tard en el sistema de recerca de Catalunya, en definitiva, fent país. I finalment, a la UAB, perquè durant tots aquests anys ha acollit el CRM amb generositat de recursos.

El model de centre del CRM mereix un comentari. És un tòpic —potser amb algun

fonament— que els matemàtics som un xic especials. Doncs bé, els centres de recerca en matemàtiques, al món, també són un xic especials, una mica diferents dels d'altres disciplines. Efectivament, ja aleshores a Europa hi havia, i continuen existint, uns centres de matemàtiques, avui agrupats a European Research Centres on Mathematics (ERCOM), un subcomitè de l'Societat Matemàtica Europea (EMS), amb una tipologia comuna: la de centre de serveis a la comunitat matemàtica, amb una gran sinergia amb els departaments i amb projecció internacional. Què significa això? Això significa acollir investigadors d'arreu del món que desenvolupen projectes de recerca conjunts amb investigadors locals, organitzant congressos internacionals i escoles intensives de formació, *workshops*, i programes de recerca, sempre sobre la base de la implicació i la responsabilitat científica dels grups i els investigadors locals. Els programes de recerca temàtics constitueixen un dels formats més complexos i de més rendiment; es tracta de períodes d'un trimestre, un semestre o fins i tot un curs acadèmic sencer, al llarg del qual s'apleguen al Centre investigadors forans i locals especialistes d'una determinada matèria per fer-hi un salt qualitatiu en la recerca. Un altre programa ben útil és l'anomenat *collaboration research stays* o *research in pairs*, pel qual un investigador local amb permís de recerca de la seva institució d'afiliació i un col·laborador estranger s'aïllen al CRM per a una tasca de recerca conjunta. En definitiva, els matemàtics tenen l'oportunitat d'estar vinculats al CRM temporalment per a incentivar llur recerca. Aquesta tasca del CRM, que jo definiria com transversal als departaments, va ser reconeguda l'any 2000 amb l'atorgament al Centre de la placa Narcís Monturiol al mèrit científic i tecnològic.

Tan sols una dada objectiva sobre l'evolució de la recerca matemàtica a Catalunya en els darrers anys: l'any 1978, el percentatge de publicacions d'autors espanyols a revistes del Journal Citation Reports (JCR) era del 0,3 %; l'any 2004, del 4,8 %. Això són dades d'abast estatal, però el factor multiplicatiu de 16 és vàlid amb escreix a Catalunya. A escala internacional, el pes i la visibilitat internacional de la matemàtica catalana es va reconèixer amb l'atorgament a la Societat Catalana de Matemàtiques de l'organització del 3r Congrés Europeu de Matemàtiques a Barcelona l'any 2000. Després

vindria el Congrés Internacional de Matemàtics a Madrid el 2006.

On som ara? El 2002, el CRM canvià la seva estructura inicial per la del consorci actual entre l'IEC i la Generalitat de Catalunya i, com acabem de veure en l'exposició anterior, està integrat en el Programa CERCA de centres participats pel nostre Govern. Com a tal, ja el 2003 signà un primer contracte programa, després prorrogat, i darrerament s'ha signat un segon contracte programa per al període 2008-2013.

El CRM és ara on ha de ser, al CERCA, sense deixar la casa mare, l'IEC. I aquí, com a tercer reconeixement públic, he de dir que el Govern, ja des dels orígens a través d'ajuts del Consell Interdepartamental de Recerca i Innovació Tecnològica (CIRIT), i després mitjançant el Consorci, ha sabut copsar la importància de la recerca matemàtica i li ha donat un suport decidit i continuat.

Cap a on va el CRM? Si he començat aquesta intervenció dient que als anys setanta va haver-hi un punt d'inflexió, ara he de dir que penso que s'està produint ara mateix un segon punt d'inflexió.

M'explicaré: un valor essencial de la matemàtica, del qual no s'és en general prou conscient, és com a llenguatge de modelització indispensable en el progrés de molts, cada cop més, camps científics i tecnològics. Això sempre ha estat així, però avui s'està produint un boom d'àrees emergents amb necessitats de models matemàtics, sovint per crear i desenvolupar. Així, quan fem una foto amb la nostra càmera digital, estem utilitzant un munt de matemàtiques en els indispensables esquemes de compressió d'imatges —per cert, basats en investigació bàsica no orientada feta molt abans—; quan entrem a la xarxa per transferir dades de forma segura, utilitzem uns protocols d'encryptació, també basats en investigació bàsica en teoria de nombres, no molt llunyana de la que ha dut a la solució del darrer teorema de Fermat, un dels pocs teoremes que han arribat als mitjans de comunicació. Però també hi ha molta matemàtica en els models de previsió meteorològica, en els motors de cerca a Internet, en el disseny d'aeronaus, en el càlcul d'òrbites dels satèl·lits, en els mercats financers, en l'anàlisi de mercats i hàbits de consum, en els protocols estadístics, els processos industrials, en fi, gairebé a tot arreu, tota basada en recerca bàsica. Un cas especialment destacable

és el de l'àmbit biomèdic, on s'estan introduint models matemàtics per al creixement de tumors, per a la interconnexió neuronal, per a la circulació cardiovascular, en epidemiologia, fisiologia, etc., fins al punt que s'està imposant el terme biomatemàtica.

Avui, doncs, la matemàtica està ampliant els seus horitzons i és el moment en què els matemàtics més hem d'estar oberts a explorar nous terrenys. No sempre aquests nous fronts reclamen una recerca matemàtica especialment nova: sovint el que cal és tan sols una transferència de coneixement, però és igualment important. Jo tinc un lema que ara aprofitant l'ocasió voldria vendre als investigadors de totes les especialitats aquí presents: «Recercaire, incorpori un/a matemàtic/a al seu projecte!»



En aquest escenari d'obertura de nous fronts d'activitat de recerca matemàtica, el CRM també vol i hi ha de tenir un paper. En el nou contracte programa del CRM per al període 2008-2013 que s'acaba de signar amb el DIUE es proposa un nou eix d'actuació del CRM, un eix de tipus estratègic mitjançant el qual el CRM es proposa incentivar la recerca matemàtica en àrees emergents, interdisciplinàries. Aquest eix d'actuació comprèn també la creació d'una plantilla pròpia d'investigadors contractats, donant prioritat a les àrees que no estan gens o prou representades a les universitats catalanes, com, per exemple, la matemàtica industrial, la biomatemàtica, la matemàtica financera, i en general tota la recerca matemàtica més directament relacionada amb les aplicacions i els altres centres de recerca.

L'esquema del CRM és el de molts altres centres CERCA, amb els quals es proposa crear sinergies de col·laboració: la captació de talent, d'investigadors reconeguts i donar-los mitjans per a la creació d'un grup de recerca que creixi i

s'insereixi en el sistema català de recerca. Sense oblidar una altra peça importantíssima com és el programa postdoctoral del CRM.

El CRM es troba, doncs, en aquests moments en un procés d'expansió i de redefinició de la seva tipologia com a centre. A la faceta tradicional, històrica, del CRM com a centre de serveis s'hi afegeix ara en el marc del contracte programa l'eix estratègic que acabo de descriure, ambdós aspectes recolzats en una ampliació significativa de les instal·lacions, fins a gairebé duplicar-ne la superfície, a punt de començar, ampliació aquesta també finançada pel Govern a través de la Direcció General de Recerca (DGR), fet pel qual vull expressar novament el meu reconeixement.

No voldria acabar aquest parlament, aprofitant la presència de responsables de la política científica a Catalunya, sense referir-me al mateix que Joan Guinovart deia fa uns dies a l'IEC: la necessitat d'apostar per la formació de joves en ciència i tecnologia, avui un xic devaluada. De fet, en matemàtiques, essent per definició transversal, és on més patim el que jo crec que és l'estructura vertical de la docència i la preparació a la recerca. Doncs bé, jo vol-

dria proposar un instrument, que no és nou: la creació d'escoles internacionals, com podria ser la Barcelona Genomics International School, la Barcelona Nanotechnologies International School, la Barcelona Photonics International School, etc., aprofitant la marca Barcelona i, això sí, basades en clústers dels departaments i centres de recerca existents, en la seva oferta ja existent. Pel que fa a matemàtiques, els he de dir que, pel que tinc entès, les institucions implicades estan preparades per tirar endavant la Barcelona International School of Mathematics, seguint l'exemple del que Berlín ha fet fa poc amb un gran èxit.

I have made my speech in Catalan. I will not make the mistake of trying to summarize it now to the non-Catalan-speakers in the audience. I will do it gladly however under personal request... if the case arises. In any event, most of you know the CRM, many of you are CRM researchers or visitors, some of you are members of the CRM Scientific Advisory Board, and in some sense all of you have made the CRM possible too, and I thank you for that and for your presence here.

Joaquim Bruna  
Director del CRM

## Jordi Quer nou degà de la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la UPC

La Facultat de Matemàtiques i Estadística (FME) va ser creada l'any 1992 dins de la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC) amb el mandat d'impartir una nova llicenciatura en matemàtiques orientada cap a la tecnologia i les enginyeries, i de fer-se càrrec de la diplomatura en estadística, que havia començat a oferir-se poc abans a la Facultat d'Informàtica de Barcelona. Actualment —a punt de complir la majoria d'edat—, la FME és ja un centre plenament consolidat; la demanda d'entrada d'estudiants sostinguda durant tots aquests anys i el nivell d'excel·lència assolit pels professors i grups de recerca en matemàtiques i estadística de la UPC involucrats en la docència permeten garantir una formació sòlida i exigent als estudiants. Els prop de mil titulats de la nostra Facultat són un col·lectiu de professionals —encara joves— que a poc a poc comencen a tenir un paper destacat

en el món acadèmic i professional, tant en el nostre entorn geogràfic immediat com en l'àmbit internacional.

Al llarg d'aquests anys d'existència els equips que han gestionat la Facultat han estat encapçalats pels degans Joan Solà-Morales (1992-1997), Pere Pasqual (1997-2003) i Sebastià Xambó (2003-2009). El 25 de febrer passat va ser elegida la candidatura al deganat presentada per Jordi Quer per al període 2009-2012, amb un equip format pels professors Pedro Delicado (cap d'estudis d'Estadística), Sonia Fernández (Secretaria Acadèmica), Jaume Franch (Planificació i Qualitat), Marc Noy (cap d'estudis de Matemàtiques), Bernat Plans (Relacions) i Oriol Serra (Recerca i Transferència).

Els reptes més importants per a aquest període que ara encetem són probablement els mateixos que els de totes les altres facultats

que imparteixen titulacions en matemàtiques i estadística del nostre entorn: tot allò relacionat amb la implantació del nou model d'estudis que defineix l'Espai Europeu d'Educació Superior (EEES), la difusió i promoció de les matemàtiques i les ciències en general a la societat, i la captació d'estudiants. A continuació es donen algunes pinzellades de la situació dels títols a la FME.

El grau en matemàtiques que la nostra Facultat ha dissenyat va rebre l'informe favorable de l'Agència Nacional d'Evaluació de la Qualitat i Acreditació (ANECA) el passat 23 d'abril i es posarà en marxa el proper curs 2009-2010. És un títol de 240 crèdits a impartir en quatre cursos amb l'estructura següent: els tres primers tenen un format comú amb quatre assignatures obligatòries de 7,5 crèdits ECTS (european credit transfer system) cada quadrimestre; a quart hi ha una assignatura obligatòria de 9 crèdits, sis assignatures optatives de 6 crèdits i el treball de final de grau, de 15 crèdits. Les matèries bàsiques són sis assignatures de matemàtiques, una de física i una d'informàtica; la resta d'obligatòries s'estructura en els blocs següents: àlgebra i geometria, anàlisi matemàtica, equacions diferencials, matemàtica discreta i algorísmica, mètodes numèrics i optimització, modelització, probabilitat i estadística, topologia i geometria diferencial.

La proposta de grau en estadística s'ha presentat conjuntament amb la Universitat de Barcelona. Els centres participants són la Facultat d'Economia i Empresa de la UB i la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la UPC. Tot i estar pendent d'aprovació per part de l'ANECA les institucions implicades apostem fermament perquè la docència d'aquest grau s'iniciï el curs 2009-2010. En aquest títol totes les assignatures tenen 6 crèdits; les matèries bàsiques són economia, empresa, estadística, informàtica i matemàtiques; hi ha 30 crèdits d'assignatures optatives a quart curs i un treball de final de grau de 18 crèdits.

La FME imparteix actualment tres màsters oficials, tots tres de 120 crèdits, que es van obrir el curs 2006-2007. El Màster en Matemàtica Aplicada és un màster de recerca on es dona formació complementària especialitzada a estudiants que vulguin aprofundir els seus coneix-

xements en qualsevol de les àrees de les matemàtiques en què la UPC té experts, tant si l'objectiu és iniciar-se en la carrera investigadora fent el doctorat com si es vol optar a perfils tècnics en departaments o centres de recerca i desenvolupament públics o privats. El Màster en Enginyeria Matemàtica és un màster d'orientació professional en què es dona una capacitació en àrees interdisciplinàries on les matemàtiques tenen un paper important: biomatemàtica, matemàtica financera, modelització, processament de la informació, tractament d'imatges, etc. El Màster en Estadística i Investigació Operativa té el seu origen en els estudis de segon cicle de llicenciatura en Estadística, i té una orientació mixta de recerca i professional. Després dels dos primers anys d'existència com a màster UPC, des d'aquest curs 2009-2010 s'ha convertit en un màster interuniversitari UPC-UB, impartit en col·laboració amb els departaments d'Estadística i Investigació Operativa (UPC), d'Econometria, Estadística i Economia Espanyola i d'Estadística (UB).

La manera com s'han posat en marxa les titulacions de l'EEES a tot l'Estat, començant pels màsters quan encara es discutien aspectes bàsics de l'estructura dels graus (com ara si serien de tres o quatre anys), i amb indefinicions i incerteses —encara no del tot resoltes— sobre com encaixa la fase docent del doctorat en el model, tenen com a conseqüència que els màsters no tinguin ara mateix la funció per a la qual estaven pensats: la descripció habitual de la situació és que «s'ha començat l'edifici per la teulada». Per aquest motiu serà de ben segur imprescindible replantejar-se completament els màsters durant els propers anys; la nostra intenció en aquest sentit és de no precipitar-nos i intentar sobreviure el temps que falta fins a l'arribada dels nous graduats adaptant tant com sigui possible els màsters actuals a les necessitats dels titulats actuals, aprofitant aquesta experiència per anar treballant en el disseny dels nous màsters que en algun moment hauran de substituir els actuals. Tractant-se d'un problema que afecta tots els màsters i doctorats en matemàtiques, esperem que els contactes que ja s'han iniciat entre les tres facultats catalanes permetin obrir vies de col·laboració de cara al futur.

Jordi Quer  
Degà de la FME



## Nous plans d'estudi a la Universitat Autònoma de Barcelona

La Universitat Autònoma de Barcelona (UAB) ha implantat aquest any acadèmic 2008-2009 els estudis de grau en matemàtiques, adaptats a l'EEES. Així, la UAB, juntament amb les universitats de Santiago de Compostel·la i de Salamanca, han estat les primeres de l'Estat a implantar aquests estudis. Aquest any ja s'han impartit el primer, segon i tercer curs de grau, mentre que el quart curs començarà el 2009-2010, perquè així ho van demanar els estudiants de la titulació.

El decret del Ministeri que regula els estudis adaptats a l'EEES preveu un esquema 4+1, que vol dir quatre cursos de grau i un any més per a obtenir un màster. Aquesta és una diferència important respecte a la majoria de països europeus que han adoptat l'esquema 3+2 i que pot ocasionar, entre altres, alguns problemes en la mobilitat d'estudiants que facin el grau a un país i vulguin fer un màster a un altre. A part d'això, amb aquest decret augmenta considerablement la capacitat de les universitats per a dissenyar els seus títols. Per primera vegada, una comissió s'asseia davant un paper en blanc per dissenyar un pla d'estudis. Això sí, el paper estava emmarcat, primer pel Ministeri i després per la normativa interna de la Universitat. Però són sempre qüestions estructurals i mai de contingut.

Faltava, però, la verificació de l'ANECA. Aquell paper en blanc podia tractar-se d'una llibertat vigilada. Val a dir que, si més no en el cas del grau de matemàtiques de la UAB, la verificació es va centrar en aspectes competencials i mai de continguts. Potser no ens hem d'estranyar atès que la descripció i avaluació de les competències són els aspectes més nous dels estudis de grau i els que han d'acostar el nivell de preparació de tots els graduats europeus, com suggereixen els descriptors de Dublín.

No inclouré aquí la descripció de les competències del títol de grau en matemàtiques a la UAB, que ja sabem que tenen una redacció molt tècnica, però sí que intentaré explicar breument l'estructura dels nous estudis i els aspectes més innovadors.

El estudis de grau en matemàtiques a la UAB contenen un total de dos-cents quaranta crèdits ECTS distribuïts en quatre anys. Els tres primers anys es cursen seixanta crèdits ECTS

de formació bàsica i cent-vint crèdits ECTS de formació anomenada nuclear de la titulació, tots en matèries obligatòries. Amb aquests tres cursos, un total de cent-vuitanta crèdits ECTS, la UAB podrà donar un títol propi.

Les matèries de formació bàsica són:

- Àlgebra lineal, 12 ECTS.
- Funcions de variable real, 12 ECTS.
- Tallers de modelització, 9 ECTS.
- Eines informàtiques per a les matemàtiques, 9 ECTS.
- Física, 12 ECTS.
- Temes de ciència actual, 6 ECTS.

Les matèries de formació nuclear són:

- Fonaments de les matemàtiques, 9 ECTS.
- Seminari de matemàtica discreta, 6 ECTS.
- Geometria lineal, 6 ECTS.
- Estructures algebraïques, 6 ECTS.
- Càlcul en diverses variables i optimització, 9 ECTS.
- Anàlisi matemàtica, 9 ECTS.
- Mètodes numèrics, 12 ECTS.
- Equacions diferencials i modelització, 15 ECTS.
- Teoria de Galois, 6 ECTS.
- Anàlisi complexa i de Fourier, 6 ECTS.
- Probabilitat i modelització estocàstica, 8 ECTS.
- Estadística, 7 ECTS.
- Topologia, 6 ECTS.
- Geometria diferencial, 12 ECTS.

El quart curs conté el treball de fi de grau, que és normatiu i al qual s'assignen dotze crèdits ECTS, però la resta, fins a seixanta crèdits ECTS són optatius, es deixen a criteri de l'estudiant. La titulació ofereix quatre itineraris que donen dret a la menció al «suplement europeu al títol» (SET): matemàtica fonamental, indicat per a estudiants que vulguin fer després el màster de matemàtica avançada, enginyeria matemàtica, estadística i econometria. També s'ofereix la possibilitat de fer pràctiques en empreses.

Fora de la titulació, però com a part del seu currículum de quart, els estudiants també poden optar per cursar un minor ofert al campus de la Universitat. La UAB incorpora a l'estructura

dels graus el concepte de *minor*. Els *Minors* són opcions de formació complementària. Tenen un mínim de trenta crèdits i també consten en el SET. En aquests moments estem pendents de la creació dels primers minors. Aquesta via hauria de servir, per exemple, per vehicular matèries d'interès per a estudiants de matemàtiques que no s'ofereixen des de la titulació.

Aquesta oferta es complementa amb la de les titulacions simultànies de grau en física més grau en matemàtiques, que ha començat també aquest any acadèmic i que ha rebut una molt bona acollida per part dels estudiants, i d'enginyeria informàtica més grau en matemàtiques, que continua l'oferta que ja existia d'enginyeria informàtica més llicenciatura en matemàtiques. Aquestes titulacions simultànies s'organitzen en cinc o sis anys i es fixa un itinerari que intercala assignatures de les dues titulacions. L'oferta d'assignatures optatives disminueix en aquests casos, entenent que la tria ja l'ha feta l'estudiant en començar aquests estudis.

Els seixanta crèdits ECTS de quart es poden completar amb assignatures optatives de la titulació o amb el reconeixement de fins a sis crèdits per participació en activitats universitàries culturals, esportives, de representació estudiantil, solidàries i de cooperació, o el reconeixement de fins a vuit crèdits per estudis d'idiomes.

Entre els conceptes més innovadors que afecten la metodologia dels nous estudis de grau destacaríem l'assignació de crèdits ECTS a les assignatures que mesuren l'esforç dels estudiants i no les hores de classe del professor, i l'avaluació continuada tant de continguts com de les competències de la titulació. Per abordar aquests temes, la Secció de Matemàtiques de la UAB va optar per mantenir una presencialitat alta a primer curs per facilitar la incorporació dels estudiants nous i disminuir-la gradualment al llarg dels cursos més alts, en els quals els estudiants guanyen en autonomia. Dividir el temps de classe entre teoria, problemes i seminaris o pràctiques. La divisió pot variar d'unes a altres assignatures, però les classes de teoria comporten aproximadament la meitat de les hores presencials. L'altra meitat es reparteix entre classes de problemes i seminaris. Aquestes són classes més reduïdes, eminentment pràctiques, amb la diferència que el professor té la iniciativa en les classes de problemes, mentre que són els estudiants els qui, guiats pel profes-

sor, treballen individualment o en grup i fan les consultes necessàries.

Els mètodes d'avaluació continuada inclouen l'entrega de problemes i treballs escrits, les exposicions, sovint a les classes de seminari, i les entrevistes. Atenent a l'experiència anterior, la Secció ha optat per no fixar tutories personalitzades i aquestes es vehiculen a través de les entrevistes o de les classes de seminari. Es nomena un professor coordinador a cada curs que té cura que els exàmens i les entregues de treballs es distribueixin uniformement al llarg del semestre i no es produeixin acumulacions de feina.

Comentarem breument les característiques especials d'algunes assignatures. A primer curs de grau hi ha una única assignatura semestral, «Fonaments de les matemàtiques». Aquesta comença de manera intensiva el primer semestre i pretén facilitar l'entrada de l'estudiant de secundària a la titulació introduint el llenguatge i la metodologia de les matemàtiques. «Temes de ciència actual» és una assignatura de marcada tendència interdisciplinària i amb un enfocament competencial eminentment transversal. El «Taller de modelització» té com a objectiu general familiaritzar-se amb aquest tipus de feina. L'assignatura té un caràcter eminentment pràctic —d'aquí el nom de taller. El seu principal component és un projecte que ha de ser desenvolupat pels alumnes repartits en equips i, per tant, compta amb poques hores de teoria i moltes de seminari o pràctiques. El «Seminari de matemàtica discreta» es desenvolupa en bona part en petits grups d'estudiants que aprofundeixen en un tema i fan una presentació escrita completa i una presentació oral breu a tot el grup. A quart curs, a banda de la novetat que suposa el treball de fi de grau, obligatori per a tots els alumnes de la titulació, s'incorpora una assignatura optativa de «Tendències actuals de les matemàtiques», amb un funcionament semblant als «Temes de ciència actual», que es cursa a primer, però centrat en els problemes més actuals de les matemàtiques i les seves aplicacions.

Tot aquest pla s'ha posat en marxa amb la il·lusió i l'esforç de tots els professors del Departament de Matemàtiques de la UAB. Aviat veurem el resultat d'aquest primer curs, que al final mesurarem pel nombre d'estudiants que superen les seves assignatures i per les seves

qualificacions. Tenim, però, algunes dades del seguiment que hem fet que ens permeten un cert optimisme. L'acceptació del sistema de classes de teoria, problemes i seminaris o pràctiques i l'avaluació continuada han tingut una bona acollida per part d'alumnes i professors, sobretot a primer curs. No tant a segon i tercer, fet que atribuïm principalment a la disminució de presencialitat i que serà corregit el curs vinent.

Tot i els esforços per un bon disseny docent, la darrera paraula la tenen els estudiants que han de fer la seva feina. Sobre el paper està molt clar: 25 hores per crèdit ECTS. No és pas una

sorpresa que, preguntats els estudiants, aquests declarin una mitjana d'hores de dedicació setmanal per sota del que representaria 25 hores per crèdit i el que és més important, que hi hagi una gran dispersió. El primer que em ve al cap és una pregunta: Què vol dir 25 hores per crèdit?

Amb tots els problemes que se'ns han presentat, incloent-hi els moviments en contra de la implantació dels graus, crec que estem en el camí correcte i que aquest nou pla d'estudis millora l'orientació i la qualitat dels estudis de matemàtiques a la Universitat Autònoma de Barcelona.

Carles Broto

Coordinador de la titulació de matemàtiques  
UAB

## Desena edició de la Matefest/Infest de la Facultat de Matemàtiques de la Universitat de Barcelona

El dia 29 d'abril va tenir lloc la desena edició de la «Matefest/Infest», organitzada pels alumnes de la Facultat de Matemàtiques. L'objectiu d'aquesta jornada és apropar, de manera lúdica, les matemàtiques i la informàtica als estudiants de secundària i batxillerat.



Alumnes participant a la Matefest.

En la present edició, hi van col·laborar prop d'un centenar d'alumnes de la Facultat i hi van participar un miler d'estudiants de diferents instituts i centres de secundària de tot Catalunya.

Al llarg del matí es van oferir quatre conferències a càrrec de professors de la Facultat de Matemàtiques, i es van dur a terme diverses activitats als estands habilitats especialment al

claustre de la Facultat. Amb aquestes activitats els assistents van poder conèixer els diferents tipus de tangrams que hi ha, aprendre l'art de la papiroflèxia o saber com es munta un ordinador. Altres estands presents van ser els dedicats a la tecnomàgia, el programari lliure i els sistemes operatius GNU/Linux, les fractals, la topologia o els jocs de probabilitat.

En la mateixa jornada es van presentar els següents llibres relacionats amb l'àmbit de les matemàtiques i dels matemàtics editats en els darrers mesos en català:

- Francesc de Santcliment: *Suma de la art de arismètica*, amb un opuscle explicatiu de Joana Escobedo
- Pierre de Fermat: *Obra matemàtica vària*. Traducció i comentaris de Josep Pla i Carrera, Jaume Paradís i Pelegrí Viader
- Apologia d'un matemàtic de G. H. Hardy, amb un text de J. von Neumann: *El paper de la matemàtica en les ciències i la societat*.

Coincidint amb aquesta jornada, es va fer també una xerrada informativa sobre els nous graus de matemàtiques i enginyeria informàtica que la Facultat de Matemàtiques començarà a impartir el curs 2009-2010.

Núria Fagella

Coordinadora d'activitats per a secundària  
Facultat de Matemàtiques, UB

## Seminari sobre el «Pràcticum de màster de professor de secundària en l'especialitat de matemàtiques»

Durant els dies 26 i 27 de febrer de 2009 es va celebrar a Madrid, a la Facultat de Ciències Matemàtiques de la Universitat Complutense, un seminari organitzat per la Comissió d'Educació del Comitè Espanyol de Matemàtiques (CEMAT) amb la cooperació de la Càtedra UCM Miguel de Guzmán.

El tema tractat va ser el «Pràcticum de màster de professor de secundària en l'especialitat de matemàtiques». El programa estava constituït per una sessió inaugural, una conferència: «El pràcticum i les competències professionals del professor de matemàtiques de secundària», impartida per Antonio Pérez Sanz, director del Instituto Superior de Formación y Recursos en Red para el Profesorado (ISFTIC), i tres taules rodones: «La pràctica en la formació inicial del professorat de matemàtiques», «L'organització i la gestió del pràcticum», «Experiències de bones pràctiques en la gestió del pràcticum», coordinades respectivament per Luis Rico, Universitat de Granada, Jordi Deulofeu, Universitat Autònoma de Barcelona, Raquel Mallavibarrena, Universitat Complutense de Madrid.

Al seminari hi vam assistir, per invitació, cinquanta professors i professores de les societats i institucions que constitueixen la Comissió d'Educació. També van participar-hi professors i estudiants de postgrau d'universitats així com de centres de diferents nivells educatius de la Comunitat Autònoma de Madrid.

Us presentem les conclusions generals que elaborades pels coordinadors de les taules rodones donen una idea força clara dels objectius de la trobada, del seu desenvolupament i de les consideracions i reflexions que van anar sorgint al llarg del seminari:

1. El pràcticum és una part essencial en el màster que es posarà en marxa a partir del pròxim curs acadèmic. Suposa la necessària connexió entre el coneixement teòric i la pràctica. Aquesta suscita al seu torn interrogants que portaran de nou a la reflexió teòrica.
2. Els diferents mòduls teòrics, el treball final del màster i el pràcticum s'han de planificar amb una visió de conjunt que permeti la interrelació entre ells i la seqüència temporal més adequada per al pràcticum.
3. El professorat a càrrec del pràcticum i els

tutors i tutores dels centres de secundària en els quals es realitzin les pràctiques han de col·laborar estretament tant en el disseny de les activitats que es desenvoluparan com en el seguiment i acompanyament dels estudiants del màster.

4. La regulació i organització del pràcticum ha de ser objecte de conveni entre les administracions públiques i les universitats, amb reconeixement de les tasques del professorat tutor i de la coordinació amb els altres mòduls. Aquest necessari reconeixement del treball dels tutors per part de les universitats i per part de les autoritats educatives ha de ser efectiu a l'hora de valorar la tasca que se'ls encomanarà.

5. El decret que regula el màster fa referència a la formació i selecció de tutors i tutores i centres de pràctiques. Les administracions educatives i les universitats han de col·laborar també en aquest aspecte per facilitar que el professorat que exerceixi de tutor i els centres elegits tinguin les característiques adequades perquè hi hagi coherència entre el que s'imparteixi en els mòduls teòrics i les pràctiques que realitzin els estudiants.

6. Les taxes del màster s'ajustaran a preus públics, ja que es tracta d'un títol oficial i obligatori per exercir la docència en l'ensenyament secundari privat, concertat i públic.

7. El debat sorgit durant les sessions del seminari va posar damunt la taula la connexió entre el màster i la configuració actual de l'oposició d'accés a la funció pública per a professors de secundària en diversos aspectes. Es recolza l'existència de l'especialitat de matemàtiques en el màster i s'entén que aquesta especialitat ha de ser requisit per a l'oposició a professor de matemàtiques, la qual cosa és coherent amb l'objectiu del màster per formar millor els futurs professors.

8. Les dates de convocatòria d'oposicions, els terminis establerts per a la seva inscripció i el calendari del màster s'hauran de coordinar de manera que facin possible que l'alumnat que el cursi pugui presentar-se, en finalitzar aquest, a l'oposició convocada aquell mateix any.

9. El criteri de selecció per accedir a l'especialitat de matemàtiques del màster dependrà de les universitats que l'imparteixin amb el vисти-



plau d'ANECA i les comunitats autònomes. En el debat sorgit durant el seminari es va informar de l'escàs nombre de crèdits de formació específica en matemàtiques que algunes universitats estaven proposant per poder accedir a l'especialitat de matemàtiques del màster. Les universitats hauran de requerir en tot cas un nivell de coneixements i de competències matemàtiques adequat per als estudiants admesos en el màster.



La sessió inaugural, d'esquerra a dreta: O. Gil, presidenta del Comitè Espanyol de Matemàtiques (CEMAT); J. Tejada, degà de la Facultat de Matemàtiques de la UCM; C. Andradas, vicerector d'Ordenació Acadèmica de la UCM; F. Pétriz, director general d'Universitats del Ministeri de Ciència i Innovació (MICINN); A. Pérez, director de l'Institut Superior de Formació i Recursos en Xarxa (ISFTIC) per al Professorat del Ministeri d'Educació; L. Rico, president de la Comissió d'Educació del CEMAT.

10. Les experiències prèvies de cursos com el Curs d'aptituds pedagògica (CAP) o equivalents tenen en compte aspectes molt valuosos que caldrà tenir presents a l'hora de dissenyar

el pràcticum del nou màster, però també són indicadors dels riscos que poden córrer el màster i el pràcticum i que portin a la devaluació d'aquests per un nombre excessiu d'estudiants, poca exigència per obtenir el títol o un escàs reconeixement de la tasca dels tutors que porti que aquests puguin limitar-se a un compliment de mínims que no garanteixi la necessària formació pràctica dels estudiants.

11. Les sessions i els debats del seminari van deixar clar que el disseny proposat per a la formació inicial del professorat en forma de màster és una opció vàlida i acceptable, dins dels models de formació existents.

12. Un dels aspectes valorats positivament se centra en el fet que la iniciació a la professió de professor de matemàtiques se sosté en competències professionals establertes per a la titulació. Les pràctiques han de contribuir al desenvolupament d'aquestes competències i al coneixement dels centres.

13. En aquest sentit, aquestes conclusions volen posar de manifest que la formació inicial del professorat de secundària requereix necessàriament l'existència d'un bon pràcticum que ha d'estar ben gestionat i amb recursos suficients.

14. El treball conjunt d'especialistes en el camp de l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques amb professorat de matemàtiques, tant universitari com de secundària, en el disseny i organització del futur màster i en concret el pràcticum serà un element clau perquè es compleixin de manera efectiva els objectius que es pretenen.

Si desitgeu informació més detallada, podeu veure els objectius, programa i desenvolupament del seminari a l'informe final:

<http://www.ce-mat.org/educ/icmies/icmies.html>.

Iolanda Guevara  
IES Badalona VII

## Exposició: «Les matemàtiques i la vida»

De ben segur que com a persones interessades en les matemàtiques, sigui com a professors, investigadors o simplement aficionats, sempre hem lamentat que en l'àmbit social les matemàtiques siguin qualificades d'aspres, inintel·ligibles i allunyades de la cultura i la societat. És per això que vam acollir amb entusiasme la iniciativa

de Caixa Manresa d'organitzar una exposició per a presentar el lligam entre les matemàtiques i la vida quotidiana d'una manera atractiva i entenedora pel públic no especialitzat. No es tractava d'explicar ni demostrar teoremes; no es tractava d'omplir plafons de fórmules; no es tractava de reclamar protagonisme o poder soci-

al. Senzillament, o potser cal dir ambiciosament, l'objectiu era mostrar el paper de les matemàtiques en activitats del dia a dia, a partir de la seva realitat quotidiana, parlant-ne amb un llenguatge natural i proper a la gent del carrer, de totes les edats i nivells, de diferents àmbits professionals... Així, es valora l'aportació de les matemàtiques a la qualitat de vida de la societat actual, intentant trencar l'estigma de matèria difícil i allunyada de la realitat, oferint-les de manera lúdica i variada, i donant peu a nous aprenentatges, fins i tot de resultats de recerca recents, que generessin entusiasme i ganes de compartir els descobriments.



El projecte es va fer realitat i la mostra «Les matemàtiques i la vida» ha estat exposada a Manresa durant els mesos de maig i juny d'enguany, a la sala de la Plana de l'Om, de Caixa Manresa. Així començava la introducció a l'exposició:

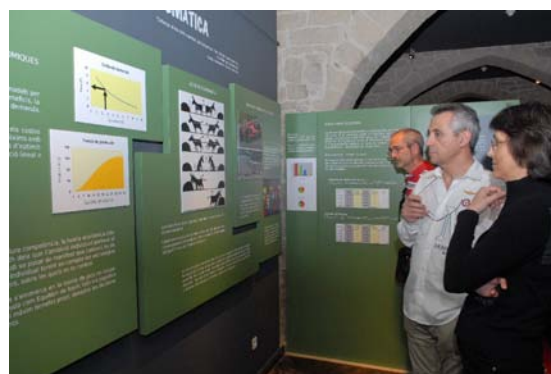
*Cada dia i a tothora, des que ens llevem fins que ens n'anem a dormir, les matemàtiques són al nostre voltant. Sona el despertador, sintonitzem música o notícies, travessem el carrer, ens aturem al semàfor que regula el trànsit, consultem el recorregut al GPS, responem al mòbil...*

*A cada moment, les matemàtiques són en la nostra vida. A casa, al carrer o enmig de la natura. En l'arquitectura i la pintura, en què els nombres i la geometria són la base de les proporcions. En la música, en els intervals i l'escala musical, en les qualitats dels sons... A l'escola i en els diferents entorns professionals. En l'àmbit de la salut, en què les matemàtiques proporcionen eines i models per interpretar el funcionament del nostre cos. En el sistema social, en l'organització democràtica, influïnt en els criteris de presa de decisions i en les estratègies econòmiques i comercials, garantint la seguretat de la transmissió d'informació... Tot*

*acompanyant la sort, la màgia i la diversió...*

*Les matemàtiques són pertot i contribueixen decisivament a la nostra qualitat de vida. Aquesta exposició, produïda per la Fundació Caixa Manresa amb la col·laboració del Departament de Matemàtica Aplicada III de l'EPSEM (Universitat Politècnica de Catalunya), us convida a descobrir-les i a gaudir-ne a través d'un suggeridor recorregut al llarg d'un dia qualsevol de qualsevol de nosaltres.*

La mostra es va inaugurar el 7 de maig, amb un espectacle lúdic a càrrec de Fernando Blasco, amb un públic divers i nombrós que va omplir totalment l'auditori. Es va apostar per un acte que contribuïa a mostrar l'aspecte màgic i divertit de les matemàtiques. La valoració del nombre de visitants ha estat també molt positiva. D'entrada es pot considerar com a preestrena la gimcana matemàtica organitzada pels IES de la comarca (amb quatre-cents participants), que van realitzar una prova a l'exposició. S'estima que l'han visitada més de quatre mil persones de totes les edats i hi han passat un miler d'estudiants en visites de grup concertades. Segons les persones que s'encarreguen de l'acollida als visitants i els grups, les crítiques són molt bones i ha agradat tant a grans com a joves. Diuen que crida especialment l'atenció el fet que sigui una exposició de matemàtiques i la gent quan surt diu que ha après moltes coses. De fet la bona acollida n'ha fet plantejar la possibilitat d'itinerar-la i s'estan fent contactes per a exposar-la en altres ciutats, per tal de posar-la a l'abast del públic d'altres zones de Catalunya.



Cal reconèixer que l'èxit de la mostra ha estat possible gràcies a la Fundació Caixa Manresa, que ha produït el disseny dels plafons i el muntatge gairebé en la seva totalitat. La col·laboració de la UPC, mitjançant el Departament de Matemàtica Aplicada III, i de l'Escola Po-

litàcnica Superior d'Enginyeria de Manresa ha estat també essencial, tant pel que fa a les tasques de gestió i disseny de continguts, com al material en préstec. L'interès a fer-ho més proper al visitant, va motivar que s'incloguessin en la mostra objectes reals per il·lustrar la realitat matemàtica. Això va permetre a la vegada de buscar la participació i la complicitat de diferents centres i institucions, com, per exemple, el Camp d'Aprenentatge del Bages o el Museu de Geologia Valentí Masachs.

Evidentment en el disseny de l'exposició no es va demostrar cap teorema, ni es pretenia l'autoria de nous conceptes o continguts. Només es tractava de guiar el visitant a través de dotze espais expositius —la casa, el carrer, la natura, l'art, la música, l'escola, el treball, la salut, la societat, el joc, la seguretat i les compres— que representen alguns àmbits quotidians. A través de plafons expositius, objectes reals quotidians, ordinadors interactius, pantalles audiovisuals i objectes manipulables el visitant podia fer-se preguntes i trobar algunes respostes, descobrir, reflexionar i deixar-se sorprendre pel sentit comú de les matemàtiques, tal com diu W. Thomson,

físic que va realitzar importants contribucions en termodinàmica i electricitat: «No us imagineu que les matemàtiques són dures i indesxifrables, i contràries al sentit comú; són senzillament la materialització del sentit comú».

A l'inici i al final de l'exposició, el visitant hi trobava fórmules, i fins i tot disposava d'un espai interactiu per afegir-n'hi. Però durant el recorregut eren escasses. La citació d'en Galileu en què afirma que les matemàtiques són el llenguatge de l'Univers és ben coneguda i potser estarem d'acord que les matemàtiques són un llenguatge i les fórmules en són les paraules, construïdes a partir d'un abecedari de nombres i variables. Però, què serien les paraules sense significat, sense el que volen representar, comunicar i transmetre? Més enllà de les fórmules, manllevant les paraules de J. Paulos: «Ha arribat l'hora de revelar el secret: la funció principal de les matemàtiques no és organitzar xifres en fórmules i fer càlculs complicats. És una manera de pensar i de formular preguntes. I és a l'abast de tothom, al nostre servei, per fer-nos millor la vida de cada dia».

Montserrat Alsina  
Comissària de l'exposició, UPC

## Les universitats informen

### Activitats de la Facultat de Matemàtiques de la UB durant el curs 2008-2009

En aquest curs acadèmic, la Facultat de Matemàtiques de la UB, ha portat a terme diverses activitats relacionades amb el món de l'ensenyament secundari, o de la divulgació científica. S'han aprofitat aquestes i altres activitats per fer difusió dels nous graus en matemàtiques i enginyeria informàtica, que començaran a impartir-se a partir del curs vinent 2009-2010, i que presenten novetats interessants.

Els dies 12 i 19 de novembre, va tenir lloc la xerrada-taller «Els ulls del robot», a càrrec de José I. Burgos i Joan C. Naranjo (Departament d'Àlgebra i Geometria), que ens van explicar com utilitzar la geometria per fer reconstruccions estereogràfiques 3-dimensionals a partir de dues imatges 2-dimensionals. En acabar la conferència, els alumnes van participar en un taller on van fer funcionar programari amb aquest objectiu. La participació va ser màxima, com ja és

habitual, amb set-cents vint alumnes de batxillerat de vint-i-nou centres diferents, distribuïts en quatre torns.

El semestre de primavera, els dies 28 de gener i 4 de febrer, va tenir lloc la segona xerrada-taller, a càrrec de la que escriu, sobre «Fractals», en què es parlà de com aquests objectes fan de bons models per a objectes naturals, i de quines són les aplicacions del càlcul aproximat de la dimensió fractal. En el taller, a càrrec d'Àlex Haro, es va fer servir programari per a construir fractals de molts tipus diferents. El nombre de participants va ser del mateix ordre que la xerrada-taller de la tardor.

El dia 1 d'abril la Facultat va organitzar la jornada de portes obertes adreçada a tots els alumnes de secundària interessats a rebre informació sobre els ensenyaments que s'imparteixen a la Facultat. Es van fer xerrades informatives



sobre els nous graus, i, després d'un esmorzar, es van visitar les instal·lacions i es va escoltar una conferència.



El matí del 29 d'abril es va celebrar l'edició d'enguany de la «Matefest/Infofest» (vegeu escrit apart en aquest mateix número). Aquesta festa singular l'organitzen els mateixos alumnes de la Facultat i va adreçada als alumnes del segon cicle d'ESO i també de batxillerat. En aquesta jornada, es va poder experimentar amb les diverses vessants de les matemàtiques i de la informàtica, en les diferents paradetes i estands repartits per tot l'edifici històric de la UB. Al llarg del matí també es va poder gaudir de conferències i tallers.

Finalment, comencen aquesta primavera els diferents projectes de suport a treballs de recerca en matemàtiques, posant en contacte els nostres alumnes i professors amb aquells alumnes i tu-

tors de batxillerat que així ho han demanat. En aquesta edició donarem suport a més de quinze treballs de recerca, en temes diversos.

Però la novetat més important respecte al suport a treballs de recerca és l'impuls d'una nova activitat anomenada «Tallers d'intel·ligència artificial a la UB», adreçada als estudiants de tecnologies de primer i segon de batxillerat. Aquests tallers s'organitzen en quatre sessions de tres hores cadascuna disposades una cada mes. Cada sessió consisteix en una hora teòricopràctica i dues hores totalment pràctiques on s'ajuda els estudiants a entendre els conceptes que prèviament s'han impartit. Enguany, el tema dels tallers ha estat l'estudi i la realització del comportament en plataformes robòtiques; en particular, s'ha utilitzat la plataforma NXT de Lego. En aquesta convocatòria, com a pla pilot, s'havien obert quatre places. Cada plaça és coberta per un equip dels instituts seleccionats per concurs obert, on participen dos o tres alumnes més el tutor de tecnologies que coordina l'equip. Com a activitat final dels tallers es realitza una competició entre els instituts (que es realitzarà a l'octubre de 2009). La resposta dels instituts en aquesta primera edició ha estat excel·lent.

Trobareu més informació sobre aquestes i altres activitats, i també sobre els nous graus, a <http://www.ub.edu/futursinousestudians/ubicat> i més general sobre la Facultat a <http://www.mat.ub.edu>.

Núria Fagella  
Coordinadora d'activitats per a secundària  
Facultat de Matemàtiques, UB

## Activitats del Departament de Matemàtiques de la UAB el curs 2008-2009

Una primavera més el Departament de Matemàtiques de la UAB ha organitzat els Dissabtes de les Matemàtiques. Des dels seus inicis, aquestes jornades s'organitzen amb l'objectiu de difondre la presència de les matemàtiques en el món actual i compartir un matí d'un dissabte amb un ampli públic d'estudiants i professors de secundària i d'universitat amb ganes de passar-s'ho bé tot aprenent. Per a celebrar la gran i activa participació en aquestes jornades, que aquest any ha seguit augmentant, vam trencar la tradició de realitzar quatre sessions incloent en aquesta temporada 2009 un cinquè dissabte com a tancament de festa.

Aquesta ja ha estat la seva sisena edició i, volent començar l'any de l'astronomia, hem gaudit de dues sessions especialment dedicades a aquesta temàtica.

L'encarregat de la primera sessió de la temporada 2009 va ser el professor Josep M. Mondelo, qui va iniciar la sessió deixant-nos a tots bocabadats amb un viatge pel sistema solar amb el simulador Celestia. Tot seguit ens va introduir al món de l'astrodinàmica des de l'època grega fins a les actuals missions de les agències espacials mundials, i ens explicà alguns dels reptes actuals com és el de la construcció d'autopistes espacials. Després de la xerrada, va tocar posar-



ho tot en pràctica i, primer de tot, vam haver de dissenyar missions d'observació solar. Tot seguit, vam haver-nos de posar a la pell d'un pilot d'un transbordador per dur a terme un vol orbital amb canvis d'òrbites i delicades maniobres de reentrada per poder tornar a casa, això sí, ajudats pel programa Orbiter, un simulador de vol sorprenentment real i sense molt risc d'explosió.

De l'astrodinàmica vam passar als «Jocs d'atzar», on els professors Albert Ferreiro, Frederic Utzet i Noèlia Viles van convertir la sala d'actes en un plató de concurs televisiu fent que el públic, com a concursant, jugués al joc de les tres portes, on s'amagaven o bé un cotxe, o bé uns caganers. Després de treure tots els caganers que s'amagaven darrere les portes, ja van passar a introduir-nos a altres jocs d'atzar basats en la generació de nombres aleatoris, estratègies de martingales, entre d'altres, tot explicant-nos històries de molts jugadors que, tot i tenir estratègies de joc molt ben pensades i calculades, van caure en la ruina més absoluta. En el taller, amb l'ajut de l'Excel, vam poder simular alguns d'aquests jocs d'atzar, incloent-hi suposades apostes que, en la majoria del casos, ens acabaven portant a la ruina.



Dissabtes de les matemàtiques.

La tercera sessió «Relotges de sol» ens va retornar al tema de l'astronomia de la mà del «relotger de sol» i professor del Departament Joan Girbau. Amb una lliçó magistral molt il·lustrativa vam entendre des del significat dels diferents temps horaris, els moviments de la Terra i el Sol, a com descriure el moviment de l'ombra

d'un pal al llarg del dia i en les diferents estacions. Malgrat que el temps no va acompanyar, això no va ser impediment perquè en la part del taller el professor Girbau actués com un molt bon director d'orquestra dins la sala d'actes i ajudés tots els aprenents a dissenyar el nostre primer rellotge de sol amb paper mil·limetrat, llapis i regla. La seva futura construcció, però, va quedar a responsabilitat de cada assistent.

Aquest any, coincidint també amb l'any en què es commemora els 150 anys del naixement de Darwin i el centenari de la publicació de la seva obra cabdal, el llibre *L'evolució de les espècies*, el professor Àngel Calsina, amb la xerrada «Com les matemàtiques ens ajuden a entendre la natura», ens va introduir al món dels models matemàtics per a l'estudi de la dinàmica de poblacions. Després d'introduir-nos als models matemàtics més importants al llarg de la història, tots vam quedar fascinats per l'evolució d'unes poblacions de cigales màgiques que cada certs nombres primers d'anys invadeixen certes regions d'EUA. A la part del taller vam posar en pràctica tots els models i eines numèriques i gràfiques que s'acabaven d'introduir per a simular i estudiar diverses poblacions d'animals (faisans, mosques, etc.).

Ja arribats a la cinquena i última sessió, el degà de la Facultat de Ciències i el director del Departament van fer l'entrega de diplomes als estudiants que havien assistit a tots els dissabtes d'aquesta temporada. L'estrella convidada d'aquesta darrera sessió va ser el professor Nancho Álvarez de la Universitat de Màlaga. La seva conferència sobre «Magia matemàtica y matemáticas mágicas» ens va fer passar una estona molt divertida, amb una dissertació plena de sorpreses i humor. Des de jocs amb calculadora, jocs amb cartes amb senzilles explicacions matemàtiques fins a sorprenents teoremes matemàtics com el teorema de Banach-Tarski. En el taller tots els assistents vam aprendre a fer de mags amb uns quants jocs de mans amb cartes que cada participant va començar a practicar amb els altres, mentre que el conferenciant, amb una gran formació com a mag, ens deixava amb la boca oberta amb una magnífica exhibició de cartomàgia.

Berta Baquero i Natàlia Castellana  
Organitzadores. UAB

## Activitats de la Facultat de Matemàtiques i Estadística durant el quadrimestre de primavera del curs 2008-2009

Cada any, a la FME de la UPC, iniciem el quadrimestre de primavera amb una jornada monogràfica centrada en la personalitat matemàtica a la qual el curs sencer està dedicat. El curs 2008-2009 és el curs Noether, per Emmy Noether. Durant la Jornada Noether, celebrada el dia 18 de febrer de 2009, es van pronunciar cinc conferències: «Emmy Noether. El ejercicio de la disonancia», per l'escriptor David Blanco, «El teorema de Noether: com el va descobrir i com es fa servir», pel professor Francisco Marqués (UPC), «Emmy Noether i l'àlgebra commutativa», pel professor Santiago Zarzuela (UB), «Emmy Noether: una contribución extraordinaria y generosa al establecimiento de la geometría algebraica» per la professora Raquel Mallavibarrena (Universitat Complutense de Madrid) i «Emmy Noether i l'algebraització de la topologia», pel professor Pere Pascual (UPC).

Amb motiu del curs Noether, el dia 18 de març el professor David Buchsbaum (Universitat Brandeis) ens va parlar de «Hilbert revisited». En la cloenda del curs Noether el dia 6 de maig, la professora Pilar Bayer (UB) va pronunciar la conferència «Emmy Noether: de l'àlgebra no commutativa a la teoria de nombres».

Habitualment la Facultat acull esdeveniments adreçats a estudiants de secundària i batxillerat. El 6 de juny es va celebrar la fase final del 10è Campionat d'Aualé, organitzat per un grup de professors i professores de matemàtiques. També s'han dut a terme diverses activitats del projecte ESTALMAT organitzades per la FEEMCAT i la SCM. I pel que fa a

activitats pròpies volem destacar el lliurament de premis de la sisena edició del Premi Poincaré al millor treball de recerca de batxillerat en matemàtiques que és va fer el 15 de maig.

Al llarg del quadrimestre hi ha hagut altres activitats no relacionades amb el curs Noether, com ara la conferència «Matemàtiques i empresa», pronunciada pel professor Víctor Martínez Albéniz (Universitat de Navarra) el 4 de febrer, o el 8è Fòrum de la FME celebrat el 29 d'abril.



Finalment, algunes de les activitats que els estudiants de la FME han organitzat durant aquest quadrimestre han estat: els Jocs Florals i el Concert de Primavera del dia 22 d'abril, i la representació de l'obra de teatre *Parte entera de pi sombreros de copa*, adaptació de la comèdia de Miguel Mihura, els dies 11 i 12 de març.

Podeu trobar més informació al nostre web [www.fme.upc.edu](http://www.fme.upc.edu), que acabem d'estrenar!

Bernat Plans  
Vicedegà de Relacions, FME

## Activitats de la SCM

### Cangur 2009

Enguany el nostre Cangur, que ja ha estat el XIV Cangur de la SCM, ha seguit creixent i s'ha acostat molt als vint mil participants. L'organització ha arribat novament a bon port. La singladura es va acabar el dia 25 de maig amb l'acte d'entrega de premis celebrat a l'Auditori de la Universitat Pompeu Fabra, presidit pel president de la Generalitat de Catalunya i el rector de la UPF. Des de la Comissió Cangur entenem que aquesta presència és un reconeixement institucional de la feina que ja fa una colla d'anys que portem a terme i ens en sentim honorats. També pensem que potser una activitat que aplega vint mil estudiants fent matemàtiques alhora mereixeria més lloc als mitjans de comunicació... però tot arribarà!

Com que cada número de la *SCM/Notícies* inclou alguna ressenya sobre el Cangur, ens podríem estendre en l'anterior comentari, o podríem comentar els guanyadors, o podríem adjuntar estadístiques, o explicar amb detall que enguany s'ha celebrat el V Concurs de Relats de contingut matemàtic, escrits segons les bases «en la llengua de les terres on la gent diu "Bon dia!», i també el IV Concurs de Cartells, tots dos amb una participació nombrosa i un nivell de qualitat ben elevat, o que també assoleix un èxit creixent l'activitat de Problemes a l'esprint que va néixer en el marc del Cangur-2000.

Però, de tot això que acabem de comentar, en podeu trobar informació detallada al web [www.cangur.org](http://www.cangur.org) i aleshores hem pensat que podia ser interessant recollir l'opinió d'alguns dels alumnes que ja tenen tradició en el Cangur. Hem organitzat una espècie de fòrum telemàtic i hem demanat que hi participessin els tres alumnes als quals el 25 de maig es va donar el Pin de Plata del Cangur com a reconeixement dels seus excel·lents resultats al llarg dels quatre anys que dura el Cangur; tots tres han obtingut premi en tots quatre nivells. Són Ivan Geffner, de l'IES Maragall de Barcelona (IG); Roger Mont, de l'IES Gregori Maians, d'Oliva (la Safor), (RM) i Carlos Ruiz, de l'IES Salvador Espriu de Barcelona (CR).

SCM: Comencem el Fòrum demanant-vos que ens comenteu algunes de les vostres «expe-

riències viscudes» al llarg de la participació al Cangur.

RM: Bones! Sóc Roger, d'Oliva, i personalment el Cangur ha estat una gran experiència. Tots els anys hi he participat encantat i ho tornaria a fer. Trobe que és una manera d'aplicar les matemàtiques més enllà de les activitats de classe i dels exàmens en què sols importa la nota. És més com un joc, un desafiament que es fa per gust.

CR: Bona Nit! Sóc Carlos Ruiz, de Barcelona, i voldria fer un petit comentari sobre la prova Cangur. Vaig concursar-hi per primer cop ja fa tres anys, i vaig gaudir molt fent els problemes a l'hora de la prova i, fins i tot, resolent els d'anys anteriors com a pràctica. Durant els altres anys que he anat participant-hi, el meu interès per aquests reptes matemàtics ha anat creixent fins al punt que aquest any, com a treball de recerca de batxillerat, he volgut fer una recopilació que reunia molts d'aquests processos de resolució, que, per a mi, no ha estat una obligació ni un avorriment, sinó una manera entretinguda i divertida d'aprendre més en l'àmbit de les matemàtiques.

IG: Hola! sóc l'Ivan. A mi em sembla que el Cangur és una de les poques activitats matemàtiques que la gent fa (ja que n'hi ha ben poca que faci l'Olimpíada) que no estiguin dins dels típics exercicis algorítmics de classe. Personalment, em sembla que està molt ben fet ja que mostra que les matemàtiques poden ser divertides sempre que els problemes obliguin a pensar una mica. A la meua classe hi ha gent que odia profundament la matèria «matemàtiques» però a qui a la vegada li agrada el Cangur. Jo acostumo a dir «és que això certament també són matemàtiques».

SCM: L'Ivan ha vingut a dir que «és divertit pensar». Hi estem ben bé d'acord, però no tenim clar que l'acord s'estengui a una majoria (potser no a una majoria del professorat?). Continuem. Podeu comparar el Cangur amb altres activitats com l'Olimpíada o els Problemes a l'esprint?

IG: Potser amb el que he posat abans ja es

podia entendre però d'entre les activitats que es fan la meua «preferida» és l'Olimpíada, ja que allà pots estar-te concentrat més de dues hores en el mateix problema i introdueix el concepte de *demostració* que permet generalitzar un problema particular. Potser això fa que estigui destinada a gent que vulgui passar temps preparant-se i no és «per a tot el públic» com el Cangur, que ja suposo que justament està dissenyat d'una manera diferent per tal que sigui més *lúdic*.

RM: Per la meua part, també he participat a les olimpíades, i en el centre participem als Problemes a l'esprint (una volta vam guanyar!) però he de reconèixer que el que més m'agrada són les proves Cangur. D'una banda, el fet d'anar a contrarellotge és un fet que motiva i, de l'altra, pel fet que no s'ha ja d'explicar el raonament. Es poden donar respostes intuïtives.

SCM: Dues opinions ben diferents de dos xics que han tingut tots dos molt bons resultats al Cangur i a l'Olimpíada!

CR: Al meu centre també hem participat en alguna edició dels Problemes a l'esprint, on la manera de resoldre els problemes és conjunta i en equip, pensant una estratègia de distribució dels problemes de la manera òptima per resoldre'ls més ràpid, fet que també em va ajudar a estimular el pensament lògic. Paral·lelament, la velocitat també és un factor important dins la prova Cangur, però d'una manera que o et motiva o, en un moment determinat, et pot posar nerviós. Aquesta rapidesa, la intuïció, la solució «a ull» de les figures, la mateixa sort i, sobretot, els coneixements adients són els requisits per triomfar a la prova Cangur. La participació al Cangur ha comportat, personalment, un grau d'apropament cap a les matemàtiques que abans no tenia tan accentuat i crec que ha aportat positivament molt a la meua vida escolar, en general. Aquesta prova, a més d'altres englobades dins les activitats de la SCM, és un clar fonament per l'interès cada cop més creixent per les matemàtiques dins l'alumnat de secundària. A la vegada requereix un sentiment de competitivitat,...

SCM: Ha aparegut un tema que de vegades enceta discussions. És clar que els concursos de resolució de problemes, siguin quins siguin,

inclouen un aspecte competitiu. Creieu que aquest pot ser un aspecte que incideixi en la participació i el rendiment de les noies?

CR: Sí, segons la meua opinió és inferior l'esperit de competitivitat en el cas de les noies, i pot ser causa, doncs, de la irregular proporció nois/noies que s'observa, potser també en la participació, no tinc prou dades, però segur que ho he vist en els actes d'entrega de premis. M'ha encantat participar en aquesta prova durant els últims quatre anys, i poder assistir a l'acte d'entrega de premis, però crec que l'important és que el Cangur ens mostra un altre aspecte de les matemàtiques, diferent del que vivim habitualment a classe, menys teòric i més amè, pràctic i entretingut.

IG: Sobre per què hi ha més nois que noies només puc dir que és un fet. Però, per exemple, a les preparacions per al Cangur o per a l'Olimpíada ja es nota aquesta tendència.

RM: Jo afegiria que, per exemple, a l'Olimpíada Matemàtica Espanyola d'enguany també el gran nombre eren xics. També caldria mirar les dades de participació... A mi em pareix, pel que veig al meu institut, que als dos primers nivells la participació de xics i xiques és pareguda però després les xiques potser estan per altres coses.

SCM: Pel que fa al Cangur, alguns anys que se n'ha fet l'estudi detallat, es confirma això que diu Roger, quelcom semblant a: al nivell 1 50 %/50 %, al nivell 2, 52 %/48 %, al nivell 3, 57 %/43 %, al nivell 4, 62 %/38 %. Però la proporció de premiats i premiades més val no publicar-la.

RM: Trobe que açò es deu més aviat al pànic o temor de presentar-se de les noies que a alguna diferència quant a capacitats, que no crec que hi siga.

SCM: En la reunió internacional del professorat que prepara el Cangur que es va fer a Barcelona l'any 2006, la representat d'Alemanya va dir que «el Cangur enganxa el professorat perquè els problemes donen idees molt interessants» i tot seguit va continuar: «el Cangur enganxa l'alumnat perquè els problemes donen idees molt interessants... i perquè el dia de la prova es poden saltar algunes classes». Ja hem parlat del Cangur; ara parlem concretament dels enunciats dels problemes. Enguany a la comissió no ens ha acabat de



convèncer el problema 19 del nivell 4, que en la publicació que hem fet només hem sabut posar «una acurada anàlisi espacial de les figures mostra que la resposta correcta és la D». També «tenim mania» al 17, perquè ens van quedar dues solucions correctes, com ens va fer saber l'Ivan. En canvi a mi m'agraden el 30, i també el 26... I vosaltres, recordeu de manera especial algun enunciat d'aquest o d'altres anys? Hi ha algun problema que tingueu en el record amb una ràbia especial?

CR: Així que parlem ara del tema dels problemes del Cangur, des dels més simples (que a vegades són els que ens costen més) fins als més complicats, que en ocasions podem resoldre arriscant-nos i confiant en la intuïció. Un enunciat del primer cas, que era molt simple però en què em vaig equivocar, va ser un del 3r nivell de l'any passat, el de la noia que tenia el nombre 2008 a la samarreta i es posava cap per baix i davant un mirall... No em podia creure que l'hagués fallat! Hi ha un tipus de problemes que m'agrada, que són els que van acompanyats d'una figura; perquè de vegades no se m'acudeix la manera d'arribar a la resposta «matemàticament», però amb l'ajuda del dibuix i utilitzant la tècnica «a ull», o per tempteig, he pogut sortir del pas. I un últim tipus de problemes que em criden l'atenció són els de sèries de nombres enormement llargues (de l'1 al 2007, 20082008...2008, etc.), on hem de buscar els que són múltiples de 5 i 11, o la suma que donen tots els quadrats perfectes dins el grup..., en què des del primer any fins a l'últim he anat desenvolupant una lògica i un mètode per resoldre'ls, i finalment m'han acabat agradant, tot i que als primers anys no em feien el pes.

IG: Alguns problemes especials des del meu punt de vista. El que més ràbia m'ha fet enguany ha estat... el dels mentiders. El vaig malinterpretar pensant que quan deien «el de davant» es referien al primer de la fila però... com deu costar encertar la redacció de tots els problemes! L'enunciat que m'ha agradat més d'aquest any ha estat el de calcular la probabilitat que, quan escollim tres vèrtexs a l'atzar en un quarantàgon, que siguin vèrtexs d'un triangle rectangle. A mi em va semblar que era curiós pel fet que se li hagi de circumscriure una circumferència. De la fase telemàtica el problema que més

em va agradar va ser el 10. Era alhora el més complicat em sembla (almenys jo tinc una pèssima visió espacial i això de la piràmide no se m'hauria acudit mai). Tot i això aquest problema, sortosament, podia resoldre's mitjançant una integral, ja que es podia deixar la superfície d'una secció horitzontal en funció de l'altura  $S(x)$  i fer una integral definida entre 0 i  $h$ . De problemes d'olimpíades en puc citar molts que m'han agradat i en diré un de l'Olimpíada Matemàtica Internacional que resulta ser bastant senzill i bonic: *Demuestra que no podemos pintar los puntos de las aristas de un triángulo equilátero de dos colores de manera que no haya un triángulo rectángulo con sus tres vértices del mismo color.*

SCM: Crec que aquest intercanvi d'opinions haurà estat molt més que útil per a confeccionar un article per a la *SCM/Notícies* i també puc dir que va ser del tot enginyosa la solució que l'Ivan va enviar del problema 10 de la fase prèvia, telemàtica, de l'Olimpíada catalana. En la publicació que s'ha presentat el dia de l'entrega de premis del Cangur vam estar dubtant si posar el camí de solució que va fer la majoria d'alumnes (que és el que al final es va fer), o el teu procediment, o tots dos mètodes... Ara, Carlos, et demanem que acabis tu mateix aquest tema atenent al fet que, com ens has comentat, has elaborat un treball de recerca sobre els problemes del Cangur... i les persones que l'hem vist podem dir que és una tasca excel·lent!

CR: En relació amb l'experiència de reunir els problemes dels últims cinc anys del 3r nivell al treball de recerca, he de dir que ha estat un ajut enorme per enriquir els meus coneixements logicomatemàtics i destacar alguns dels problemes que em van agradar més, com el 16 i el 29 del 2004 (resoldre figures mitjançant triangles rectangles és un luxe), i el 23 i el 25 del 2007 (per l'original mètode de resolució que requerien).

PD: Recordant antics enunciats m'he adonat que els seus creadors són molt originals en relació amb els noms propis que utilitzen.

PD2: i sí, del 19 d'aquest any no en tenia ni idea!

SCM: Això dels noms propis «originals» és una altra de les particularitats del Cangur que pot ser fruit del fet que hi hagi gent de

molts països proposant enunciats i debatent-los en intenses reunions de treball per triar els problemes de la prova. Moltes gràcies a tots tres i molta sort en la vostra vida universitària, que ben aviat començareu.

Acabaré l'article concretant el que s'ha comentat dues o tres vegades al llarg de la conversa anterior. Durant l'acte d'entrega de premis del dia 25 de maig es va presentar la primera edició de la publicació *Cangur 2009 i altres activitats de la SCM*, on es presenten els enunciats, les relacions de participants més destacats i les solucions comentades de les activitats de resolució de problemes que la SCM ha convocat durant el curs 2008-2009: la XLV Olimpíada Matemàtica (fase prèvia telemàtica i fase catalana), els Pro-

blemes a l'esprint (les quatre convocatòries, per a primària i secundària) i el Cangur 2009. Aquesta publicació formarà part, esperem que a partir del mes d'octubre, del fons de publicacions electròniques de la SCM. Mentrestant, si algú la vol trobar en versió provisional, la té al web, a la pàgina d'enunciats i solucions del Cangur 2009 <http://www.cangur.org/cangur/cang2009/enusol/> i a aquestes persones que hi puguin estar interessades els demanem que, si hi troben alguna errada o volen col·laborar a millorar l'edició, ens enviïn un correu electrònic a [scm@iec.cat](mailto:scm@iec.cat). També esperem que amb la publicació d'aquest volum s'engegui un projecte per al qual la SCM va rebre la col·laboració d'un ampli conjunt del professorat: la publicació dels enunciats i solucions de totes les nostres proves Cangur.

Antoni Gomà  
Comissió Cangur de la SCM

## XLV Olimpíada Matemàtica Espanyola

Del 26 al 29 de març de 2009 s'ha celebrat a Sant Feliu de Guíxols, Girona, la fase final de la XLV Olimpíada Matemàtica Espanyola (OME), que ha estat organitzada per la Càtedra Lluís Santaló d'Aplicacions de la Matemàtica de la Universitat de Girona (UdG) en col·laboració amb la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC). L'OME 2009 ha estat possible gràcies a l'entusiasme i la dedicació dels membres del Comitè Local Organitzador, integrat pels professors C. Barceló, M. Pellicer, R. Calm, J. Saldaña, A. Avinyó, J. Poch, N. Coll, D. Juher i L. García, del Departament d'Informàtica i Matemàtica Aplicada de la UdG. El pressupost —que ha superat els 60.000 euros— s'ha cobert gràcies a la important aportació econòmica de la UdG, la UPC i la RSME, i del patrocini i col·laboració d'altres entitats públiques (Generalitat de Catalunya, Diputació de Girona, Ajuntament de Sant Feliu de Guíxols, Ajuntament de Girona, Societat Catalana de Matemàtiques, Consell Comarcal del Baix Empordà, Consell Comarcal del Gironès, Universitat Pompeu Fabra) i privades (la Caixa, RESA, Casio-Flamagas, Bancaja). L'acte solemne de clausura i lliurament de premis, celebrat en el teatre municipal de la ciutat de Sant Feliu de Guíxols, va ser presidit pel senyor.

Ernest Maragall, Conseller d'Educació de la Generalitat de Catalunya. Pot trobar-se informació detallada al web: [www.udg.edu/ome2009](http://www.udg.edu/ome2009).

El més important, sense cap dubte, han estat els participants, que procedents de tot Espanya han competit per formar part dels equips que ens representaran en l'Olimpíada Internacional (IMO) a Bremen (juliol de 2009) i posteriorment en l'Olimpíada Iberoamericana de Mèxic (setembre de 2009). La competició ha consistit en la resolució de sis problemes en dues sessions, els dies 27 i 28, coordinats per un jurat format per exolímpics i membres de la Comissió d'Olimpiades. El jurat ha estat l'encarregat d'elaborar els criteris de correcció i d'assignar les puntuacions a les solucions presentades pels competidors. No cal dir que, com cada any, tot això ha estat coordinat per la Comissió d'Olimpiades de la RSME, amb Maria Gaspar (presidenta) i Josep Grané (vicepresident). La nostra sincera felicitació i agraïment a tots ells per l'excel·lent treball que desinteressadament han realitzat. També volem agrair la presència de la presidenta de la RSME i de les autoritats autonòmiques, provincials, locals i acadèmiques que ens han acompanyat en les cerimònies de lliurament de premis d'aquesta Olimpíada.

A continuació mostrem els enuncis dels problemes:

1. Troba totes les successions finites de  $n$  nombres naturals consecutius  $a_1, a_2, \dots, a_n$  amb  $n \geq 3$ , tals que  $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 2009$ .
2. Sigui  $ABC$  un triangle acutangle,  $I$  el centre del cercle inscrit en el triangle  $ABC$ ,  $r$  el seu radi i  $R$  el radi del cercle circumscrit al triangle  $ABC$ . Es traça l'altura  $AD = h_a$ , amb  $D$  pertanyent al costat  $BC$ . Demostreu que

$$DI^2 = (2R - h_a)(h_a - 2r).$$

3. Es pinten de vermell algunes de les arestes d'un poliedre regular. Es diu que una tal coloració és *bona* si per a cada vèrtex del poliedre, existeix una aresta que concorre en aquest vèrtex i no està pintada de vermell. Es diu que una tal coloració és *completament bona* si, a més de ser *bona*, cap cara del poliedre té totes les seves arestes pintades de vermell. Per quins poliedres regulars és igual el nombre màxim d'arestes que es poden pintar en una coloració *bona* i en una coloració *completament bona*?
4. Determineu justificadament tots els parells de números sencers  $(x, y)$  que verifiquen l'equació  $x^2 - y^4 = 2009$ .
5. Sigui  $a, b, c$  nombres reals positius tals que  $abc = 1$ . Proveu la desigualtat següent

$$\left(\frac{a}{1+ab}\right)^2 + \left(\frac{b}{1+bc}\right)^2 + \left(\frac{c}{1+ca}\right)^2 \geq \frac{3}{4}.$$

6. A l'interior d'una circumferència de centre  $O$  i radi  $r$ , es prenen dos punts  $A$  i  $B$ , simètrics respecte de  $O$ . Es considera  $P$  un punt variable sobre aquesta circumferència i es traça la corda  $PP'$ , perpendicular a  $AB$ . Sigui  $C$  el punt simètric de  $B$  respecte de  $PP'$ . Trobeu el

lloc geomètric del punt  $Q$ , intersecció de  $PP'$  amb  $AC$ , al variar  $P$  sobre la circumferència.

Finalment, presentem els guanyadors de l'Olimpíada Catalana de Matemàtiques i de la XLV Olimpíada Matemàtica Espanyola.

### Olimpíada Catalana de Matemàtiques

Primers premis:

Iván Geffner Fuenmayor, IES Maragall (Barcelona), 2n de batxillerat

Guillem Alsina Oriol, IES Jaume Callís (Vic), 1r de batxillerat

Félix Miravé Carreño, Aula Escola Europea (Barcelona), 2n de batxillerat.

Segons premis:

Pere Planell Morell, Aula Escola Europea (Barcelona), 1r de batxillerat

Jaume Pujantell Traserra, IES Pere Fontdevila (Gironella), 2n de batxillerat

David Lorenzana Martínez, Escola Joan Pelegrí (Barcelona), 2n de batxillerat.

Tercers premis:

Guillermo Izquierdo Bouldstridge, Aula Escola Europea (Barcelona), 1r de batxillerat

Arthur François, Lycée Français (Barcelona), 2n de batxillerat

Xavier Fernández-Real Girona, IES Jaume Vicens Vives (Girona), 1r de batxillerat.

### XLV Olimpíada Matemàtica Espanyola

Medaller d'or de Sant Feliu:

Moisés Herradón Cueto, Madrid

Iván Geffner Fuenmayor, Barcelona

Jaime Roquero Giménez, Madrid

Glenier Lázaro Bello Burguet, Logroño

Ander Lamaison Vidarte, Estella/Lizarra

Alberto Merchante González, Madrid.

Josep Grané i José Luis Díaz-Barrero

## Agenda

### **Barcelona Financial Engineering Summer School: The Practice of Derivatives Modeling**

Data i lloc: del 30 de juny al 3 de juliol de 2009 al CRM.

Comitè organitzador: S. del Baño (CRM), J. L. Fernández i P. MacManus (Analistas Financieros Internacionales) i M. Sanz-Solé (UB).  
<http://www.crm.cat/fess09>

### **VIII Jornades de Programari Lliure**

Data i lloc: de l'1 al 4 de juliol de 2009 a la UB.  
Comitè organitzador: A. Barba, E. Bota, J. Codina (UPF), E. Formentí (UPC), J. Funollet (UPF), O. Mas (UPC), L. Palomo (UPC-UB), L. Pérez (UPC), C. Pina (Catux/Lexatel), A. Puig (UB), A. Soto (UPC), J. Timoneda (UB), S. Vila (UPC) i J. Vilaplana (UPC).  
<http://www.jornadespl.org/>

### **XIV Jornades per l'Aprenentatge i l'Ensenyament de les Matemàtiques**

Data i lloc: de l'1 al 4 de juliol de 2009 a Girona.  
Comitè de programa: C. Barceló (FEEMCAT), F. Martín (FESPM), C. Lázaro (Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria), M. P. (Sociedad Canaria Isaac Newton), L. Berenguer (Sociedad Andaluza de Educación Matemática), J. A. Trevejo (Sociedad Asturiana de Educación Matemática) i S. Margelí (FEEMCAT).  
<http://www.xivjaem.org/index.php?lang=ca>

### **Advanced Course on Optimization: Theory, Models and Applications**

Data i lloc: del 20 al 24 de juliol de 2009 al CRM.

Comitè científic: A. Daniilidis i J. E. Martínez-Legaz (UAB), E. Carrizosa i Justo Puerto (U. Sevilla) i L. Escudero (U. Rey Juan Carlos).  
<http://www.crm.cat/OPT2009>

### **New Algebraic-Logical Methods in Solutions for Systems of Equations in Algebraic Structures**

Data i lloc: del 16 al 22 d'agost 2009 a Omsk (Rússia)

Organitzador: V. Remeslennikov.  
<http://omskconf2009.oscsbras.ru/eng.welcome.html>

### **Programa de Recerca «Stability and Instability in Mechanical Systems»**

Data i lloc: de setembre a desembre de 2009 al CRM.

Coordinadors: A. Delshams (UPC), R. de la Llave (U. Texas a Austin) i T. Martínez Seara (UPC).

<http://www.crm.cat/Research/0809/SIMS08/>

### **Probabilistic Techniques in Computer Science**

Data i lloc: del 14 al 18 de setembre de 2009, al CRM.

Coordinadors: J. Díaz (UPC), L. Kirousis (U. Patras) i C. Martínez (UPC).

[www.crm.cat/ccomputer](http://www.crm.cat/ccomputer)

### **Advanced Course on Shimura Varieties and L-functions**

Data i lloc: del 19 al 24 d'octubre de 2009 al CRM.

Comitè científic: H. Darmon (U. McGill), F. Diamond (King's College), L. Dieulefait (UB), B. Edixhoven (Leiden U.) i V. Rotger (UPC).

<http://www.crm.cat/acshimura>

### **Advanced Course on Algebraic Cycles, Modular Forms, and Rational Points on Elliptic Curves**

Data i lloc: del 9 al 12 de desembre de 2009 al CRM.

Coordinadors: H. Darmon (U. McGill), F. Diamond (King's College), L. Dieulefait (UB), B. Edixhoven (U. Leiden) i V. Rotger (UPC).

<http://www.crm.cat/accycles>

### **Workshop on Cycles and Special Values of L-series**

Data i lloc: del 14 al 18 de desembre de 2009, al CRM.

Comitè científic: H. Darmon (U. McGill), F. Diamond (King's College), L. Dieulefait (UPC), B. Edixhoven (U. Leiden) i V. Rotger (UPC).

<http://www.crm.es/wklseries/>

### **III International Conference on the Antropological Theory of the Didactic**

Data i lloc: del 25 al 29 de gener de 2010.

Coordinadors: M. Bosch (U. Ramon Llull), A. Bronner i M. Larguier (IUFM Montpellier), Y. Chevillard (IUFM d'Aix-Marseille), J. Gascón (UAB), V. Font (UB) i F. J. García (U. Jaén).

<http://www.crm.cat/cdidactic>



## Contribucions

### El català a la Universitat d'Alacant

El propòsit d'aquest article és, d'una banda, donar algunes dades significatives sobre la situació del català a la Universitat d'Alacant i, de l'altra, contar la meua experiència com a professora que imparteix docència en català en aquesta universitat.

La Universitat d'Alacant, a través del Secretariat de Promoció del Valencià (SPV), realitza anualment un estudi sobre els coneixements de català per part de l'alumnat que s'hi matricula per primera vegada, la demanda de docència en català que fan i, d'altra banda, els crèdits que són impartits en aquesta llengua. La informació recollida està publicada en la pàgina web d'aquest servei ([www.ua.es/spv](http://www.ua.es/spv)) i és la font fonamental de les dades d'aquest article. Complementàriament, he consultat l'informe sobre l'evolució del valencià a les universitats valencianes des del curs 2001-2002 al curs 2004-2005, dut a terme per l'Àrea de Promoció Lingüística de la Universitat Jaume I de Castelló, que es pot trobar a l'adreça [www.uji.es/bin/serveis/slt/triam/evol0104.pdf](http://www.uji.es/bin/serveis/slt/triam/evol0104.pdf).

La Universitat d'Alacant (com altres universitats valencianes), en la seua estratègia de normalització del valencià, segueix un model de línies lingüístiques: un itinerari docent en valencià i un altre en castellà. És per això que els estudiants, en matricular-se, han d'indicar la seua opció lingüística per realitzar els estudis. En la següent taula es poden veure les dades de la demanda de docència en valencià corresponents als cursos 2000-2001, 2004-2005 i al present curs.

	Val.	Indiferent	Cast.	Ns/Nc
2000/01	9,5	48,1	42,4	0
2004/05	7,5	10,3	80,8	0
2008/09	7,8	7,8	82,9	1,3

Taula 1: Demanda de docència en valencià (en percentatges).

Es tracta d'una universitat amb vora 26.400 alumnes matriculats aquest curs, dels quals el 80,6 % afirma que entén el valencià, el 59,2 % que el parla i el 57,8 % que l'escriu. Les competències lingüístiques de l'alumnat estan minvant clarament, com posa de manifest la taula 2.

	Entén	Parla	Escriu	Total d'alumnes
2000/01	88,3	69,9	70,9	33.584
2004/05	82,7	63,4	64,1	28.283
2008/09	80,6	59,25	57,8	26.378

Taula 2: Coneixement del valencià de l'alumnat (en percentatges).

Les taules anteriors mostren una disminució continuada, tant en el coneixement de la llengua com en la demanda de docència en valencià. A banda d'aquest descens, en podem treure una altra informació que em sembla rellevant: la gran diferència entre el grau de competència que declaren i la demanda de docència en valencià que fan.

Per tal d'impulsar l'ús del valencià en la universitat, el SPV promou diferents activitats i campanyes d'ús de la llengua. Entre d'altres, convoca beques per a l'elaboració de materials docents i ajudes per a la realització de tesis i projectes de final de carrera redactats en valencià. A més a més, en aquesta universitat s'intenta incentivar la docència en aquesta llengua mitjançant uns ajuts econòmics que tenen el seu origen en el pla de finançament pluriennal de les universitats valencianes que es negocia amb el govern autonòmic, en el qual es preveu una partida destinada a la «promoció del bilingüisme». Aquests incentius funcionen de la següent manera: la universitat destina 100 euros per crèdit impartit en valencià, dels quals el 50 % és per al professor/a (que ha de destinar a material inventariable o viatges relacionats amb la investigació), el 25 % per al departament corresponent i el 25 % per al centre (facultat, escola, etc.). És possible que aquest complement econòmic estiga relacionat amb l'augment progressiu de l'oferta de crèdits impartits en valencià, com es pot veure en la taula 3.

Paradoxalment, els alumnes que acaben rebent docència en català no són, en la major part dels casos, aquells que la van sol·licitar en matricular-se. De tal manera és així, que l'índex de satisfacció dels estudiants que demanen classes en català és molt baix.

	Val.	Cast.	Altres
2001/02	2	98	–
2004/05	4,68	85,89	9,48
2007/08	5,12	90,35	3,41

Taula 3: Percentatge de crèdits impartits.

Es podrien comentar molts aspectes d'aquesta problemàtica amb l'intent de reflexionar sobre com ha de millorar la situació. Tanmateix, atès que no sóc especialista en el tema, em limitaré a comentar la meua experiència particular com a professora.

Els entrebancs amb què es pot trobar un docent disposat a impartir classes en català són considerables, si no hi ha una línia en valencià ja creada en el seu àmbit d'acció. En la meua opinió, un dels motius bàsics d'aquestes dificultats és la manca d'un procés administratiu àgil i clar que ho facilite. És en eixa línia on crec que la universitat hauria de dedicar més esforços.

Sóc professora de l'assignatura Àlgebra Lineal del primer curs d'enginyeria tècnica d'obres públiques. És una assignatura anual, de 15 crè-

dits i amb vora 400 alumnes. Hi ha 4 grups teoricopràctics i aquest és el tercer curs que impartisc les classes en valencià en un d'ells. En general, la meua experiència particular és satisfactòria, però crec que es deu sobretot al fet d'haver trobat una bona disposició per part de la direcció de l'Escola Politècnica Superior (EPS). Va ser en el curs 2004-2005 quan vaig voler fer els tràmits necessaris per poder impartir, si era possible, un d'aquests grups d'àlgebra lineal en valencià a partir del curs següent. Vaig acudir al SPV i a la direcció de l'EPS, convençuda que hi hauria algun procés administratiu establert per aconseguir-ho. No fou així. En el meu cas, la tenacitat, les arts dialèctiques i, en bona mesura, la sort han estat els factors necessaris per aconseguir eixa docència en valencià. Crec que la Universitat podria augmentar els seus esforços per tal que aquest procés fos més objectiu, amb una reglamentació més clara i eficaç que facilitara el camí al professorat que en un moment donat s'interessa per la possibilitat d'impartir docència en la nostra llengua.

Xaro Soler-Escrivà  
Universitat d'Alacant

## Sobre l'avaluació dels matemàtics

La vàlua dels matemàtics, al llarg de la història, s'ha establert segons el que jo en diria el tam-tam de la jungla. Ja des dels antics, es diguessin Pitàgores o Euclides, o Arquimedes, o Descartes, o Fermat, o Newton, o Gauss, o Galois, i tants d'altres, no deuen el seu reconeixement dins de la cultura perquè algú hagi recollit un índex d'on han publicat les seves obres ni de quantes citacions en treballs d'altres han tingut. Senzillament (o complicadament?) han trobat el seu lloc dins de l'entramat de la matemàtica, i dins de la cultura, per la repercussió dels seus treballs, dels seus resultats.

Si he de dir quins matemàtics han tingut més influència en el meu pensament, jo diria que, a més dels clàssics, els que van fer el càlcul infinitesimal i la teoria de les equacions diferencials. Puc dir molts noms: Poincaré, Birkhoff, Nemitski, Hale, Smale, Henry, Hörmander, Arnold, Schwartz...

Avui sembla que les coses han canviat i que per a mesurar la vàlua d'un matemàtic s'ha

de mirar en quines revistes publica, quin és el nombre dels seus articles i quants d'aquests són esmentats en articles posteriors.

A mi em sembla que això és producte, per una banda, de la possibilitat de fer-ho: els bancs de dades de Mathscinet, per exemple, ens donen la informació volguda, fins i tot amb una ressenya dels treballs publicats, i, per l'altra, al fet que el nombre de persones que aspiren a guanyar-se la vida com a matemàtics o que volen un ajut per a portar endavant la seva feina ha crescut molt. Això ha donat lloc a la temptació de trobar una fórmula que permeti comparar la vàlua dels matemàtics sense haver de trencar-s'hi massa el cap.

Sembla que això de l'avaluació està de moda. Per a què volem avaluar els matemàtics? Que no n'hi ha prou amb que cadascú tingui la idea personal de la seva pròpia vàlua i de la dels matemàtics que entren al seu cercle?

**Resposta:** Les coses s'han complicat tant, i les peticions de reconeixement són tantes, que s'han

hagut d'estructurar diversos mecanismes per a fer front al problema de la selecció.

Així ens trobem amb diferents escenaris on s'han de triar els beneficiaris per a

- obtenir un premi o un reconeixement públic,
- ocupar un lloc de treball, ja sigui com a investigador, ja sigui com a professor,
- ja sigui una persona, ja sigui tot un equip, obtenir una subvenció per a tirar endavant el seu treball,
- ocupar una posició de responsabilitat en el govern, en un comitè, en una junta o en un tribunal en què s'hagin de prendre decisions,
- d'altres possibilitats que no em venen ara al cap.

La meua opinió és que, depenent del que es tracti, s'haurien de tenir en compte factors diferents per a fer l'avaluació.

En el primer cas és l'organisme que concedeix el premi o la distinció qui decideix a qui es dóna, i això es pot fer de diverses maneres. Potser la més habitual és a través de la junta directiva o d'una comissió nomenada expressament.

Si es tracta d'una distinció pel treball desenvolupat al llarg d'una vida no cal més que un reconeixement, per part dels que atorguen aquesta distinció, dels aspectes del candidat que els semblin més rellevants, amb l'ajut dels assessors que escullin.

Per a premis a algun treball o conjunt de treballs, en general l'organització que ha de donar els premis encomana a una comissió de persones enteses que es miri els treballs i digui quins d'entre els candidats seran els premiats.

Si es tracta d'una posició de treball dins d'un departament de matemàtiques o d'un institut de recerca, el mateix departament o institut pot prendre una decisió tenint en compte la rellevància del candidat dins dels seus propòsits d'ensenyament i recerca, i potser fer-ho, si considera que no té prou base per a prendre la decisió sense assessorament, mitjançant avaluació externa que tingués en compte diversos aspectes dels candidats, com poden ser el seu currículum, les recomanacions dels entesos, els treballs publicats i la seva repercussió, etc.

En el cas d'una plaça de funcionari la cosa es resol amb concursos de mèrits i oposicions, on es depèn de tribunals i d'uns procediments determinats més o menys burocràticament.

Quan s'ha d'adjudicar una subvenció o un

ajut d'una institució pública a un matemàtic o a un grup de matemàtics per a tirar endavant un projecte, gairebé que per força cal una comissió que avalui els investigadors o grups d'investigadors i, si hi ha més candidatures que ajuts, ordenar-les segons criteris acceptats per la comissió.

El que s'ha de mesurar és la capacitat dels candidats, sols o en grup, de portar endavant amb èxit el projecte. I com es fa això? Doncs sembla lògic que essencialment s'ha de fer estudiant els currículums dels candidats i ordenant-los d'acord amb un criteri que, naturalment, ha de dependre del projecte. Això sí, els ha d'avaluar algú que hi entengui.

Hi ha casos, però, en què això es complica més, i és quan no només s'han d'avaluar els candidats, sinó que també s'han d'avaluar els projectes. Cal llavors que els avaluadors siguin prou entesos en la temàtica del projecte.

La dificultat del problema de l'avaluació, junt amb una suposada necessitat de ser *objectius*, pot portar a entregar-se a un mètode que no depengui d'opinions personals, és a dir a avaluar mitjançant un mètode *objectiu* que no depengui dels avaluadors. Es tracta d'obtenir un número basat en el nombre dels articles publicats i el nombre d'articles on apareixen citats els treballs del matemàtic sota escrutini. No cal que digui la poca garantia que aquest sistema té per a qualificar la vàlua dels treballs d'un matemàtic: no té en compte la qualitat dels treballs, ni la seva originalitat, ni la seva vertadera influència.

Val la pena, si s'està interessat en el problema, mirar-se el document «Citation Statistics» de la IMU, del qual vàrem fer un resum crític en el número anterior de la *SCM/Notícies*, i que apareix íntegre, traduït al català, al web de la nostra Societat. Es tracta d'una crítica al sistema d'ordenar els matemàtics d'acord amb la categoria de la revista en què escriuen i d'acord amb el nombre d'articles publicats en els darrers anys i dels articles citats en altres treballs. No fa falta massa imaginació per a veure que una classificació com aquesta no pot fer justícia als matemàtics que s'esforcen a atacar problemes difícils: el nombre de publicacions d'aquests matemàtics és baix comparat amb el nombre de publicacions dels que resolen problemes que són més aviat seguits, extensions o casos particulars.

El que es tingui com a factor més important per a jutjar la vàlua d'un matemàtic el nombre d'articles i citacions, sense més criteri que la revista on es publica, i que les posicions de professors i investigadors depenguin d'aquests índexs, provoca, entre d'altres coses, que la gent no ataqui problemes que no li garanteixin una proximitat de publicacions competitiva.

En Dan Henry, per exemple, té molt poques publicacions i no és massa esmentat. És difícil llegir-lo i encara ho és més seguir el camí de recerca que ell va traçar, tot i ser molt important. I era un gran matemàtic que va influir molt per allà on passava. I així n'hi ha força.

Certament el Citation Index és útil per a conèixer la producció d'articles i la seva reper-

cussió, però si s'utilitza exclusivament per avaluadors sense un coneixement i criteri adaptats al cas, es risca de fer una avaluació injusta, i si les adjudicacions de places, les promocions i els ajuts es donen sense més que pel nombre de publicacions i cites dels treballs publicats, llavors es comet una injustícia amb els que es dediquen a atacar problemes que requereixen més dedicació i temps per a poder-se publicar.

Què s'ha de fer doncs? Fàcil: decidir, els que decideixen, qui és més mereixedor de la posició o dels ajuts, basant-se en l'opinió dels diferents coneixedors i responsables i, naturalment, basant-se en el treball dels candidats, però no només amb numerologia, sinó amb coneixement i criteri.

Carles Perelló  
UAB

## El cost del fracàs escolar en matemàtiques

Com es pot convèncer tota una societat o els seus dirigents del fet que les habilitats matemàtiques bàsiques de la gent són tan fonamentals com ser capaç de llegir o d'escriure? Quantificant-ne el cost de no tenir-les, per exemple; això és el que han fet a Anglaterra des d'«Every child a chance», una organització que aspira a millorar el potencial educatiu de nens socialment desavantatjats, mitjançant el desenvolupament i promoció de programes d'intervenció precoç.

L'informe «Els costos a llarg termini de les deficiències en educació matemàtica», publicat el gener de 2009, i que podeu trobar al web [http://www.everychildachancetrust.org/pubs/ECC\\_long\\_term\\_costs\\_numeracy\\_difficulties\\_final.pdf](http://www.everychildachancetrust.org/pubs/ECC_long_term_costs_numeracy_difficulties_final.pdf), resumeix les conclusions d'aquest estudi. Calculen que en aquell país la quantitat, en augment, de nens i nenes que abandonen les escoles sense les habilitats de càlcul adequades podria costar a la societat anglesa un total de 2.400 milions de lliures anuals (uns 2.750 milions d'euros).

Segons l'informe, al voltant de 33.000 nens (un 6 % dels infants d'onze anys al Regne Unit) surt cada any de les escoles de primària amb habilitats de càlcul deficientes. Això suposa un total estimat de set milions d'adults amb habilitats matemàtiques equivalents o per sota de les del nivell de nens de nou anys d'edat. El cost a llarg termini que representa aquest fet per a l'erari públic pot arribar a ser de 44.000 lliures

per individu de fins a trenta-set anys d'edat.

Més enllà de les xifres, hi ha les dificultats personals amb què s'hauran d'encarar tots els afectats per una educació pobra. És ben conegut que la desocupació, l'habilitat mental pobra, la drogodependència i la criminalitat sovint van de la mà d'una deficient alfabetització; però l'informe posa en evidència que també les mancances en habilitats de càlcul bàsiques tenen un paper igual d'important en aquests fenòmens socials, i condicionen les vides de les persones atrapades en el fons de l'escala social. Per tant, la insuficient formació matemàtica a nivell de primària no només influeix negativament en les despeses públiques a través dels costos associats a l'educació, sinó que també més endavant pesarà a través dels costos associats a la desocupació, la salut o el delictes. Són aquests últims els costos que l'informe intenta estimar. Per exemple, fixa el cost de la desocupació, dels delictes i de la drogodependència i embaràs d'adolescents, respectivament, en 1.900, 165 i 98,9 milions de lliures.

La campanya «Every child a chance» fomenta la participació d'empresaris locals perquè contribueixin amb fins a 12.000 lliures anuals durant tres anys a una ampliació del seu programa d'intervenció «Every child counts». Aquest programa governamental dona suport a infants de set anys amb dificultats numèriques, en forma de classes extres per un període limitat, o



de material didàctic especial de matemàtiques per fer a casa. S'encoratja també la participació de voluntaris per ajudar els nens en les seves tasques.

Segons John Griffith-Jones, president d'«Every child counts», aquest programa de suport pot millorar vuit de cada deu nens que el reben, fora del fracàs escolar pel que fa a les competències matemàtiques bàsiques. Seguint el llenguatge del cost/eficàcia, els autors de l'informe calculen que cada lliura gastada en el programa «Every child counts», reportarà a la societat un estalvi d'entre 12 i 19 lliures a llarg termini. Barclays ja ha acceptat ser el primer patrocinador nacional, compromentent l'aportació d'1,2 milions de lliures per proveir una estructura de coordinació per al programa, i per establir relacions de patrocini entre vint oficines de Barclays a Anglaterra i les respectives escoles de primària al seu voltant.

Irònicament, l'informe esmentat es publicava la mateixa setmana que un estudi fet per un web

d'ocupació dels Estats Units, on es considera la feina de matemàtic com la *millor* ocupació d'una llista de dues-centes; altres feines relacionades amb les matemàtiques, com les d'estadístic, actuari, comptable, informàtic o economista, formaven part de les dotze superiors. El lloc web CareerCast.com conclouia que la feina de matemàtic és capdavantera pel que fa a les valoracions dels cinc criteris següents: ambient de treball, ingressos, perspectiva de feina, demandes físiques i estrès.

Resultats com aquests posen de manifest el problema d'imatge que tenen les matemàtiques: el gran salt que hi ha entre el que la gent creu que són les matemàtiques i el que aquestes poden realment fer per a la gent. És aquest problema d'imatge el que han d'afrontar les nombroses iniciatives matemàtiques que s'han posat en marxa els darrers anys, fins a aconseguir que la falta de formació bàsica en matemàtiques es consideri tan inacceptable i es combati tant com el mateix analfabetisme.

Enric Ventura  
UPC

## Premis

### Mikhail Gromov, Premi Abel 2009

La Norwegian Academy of Science and Letters ha atorgat el Premi Abel 2009 al matemàtic rus-francès Mikhail Leonidovich Gromov per *les seves contribucions revolucionàries en geometria*. El Premi Abel, establert en honor del matemàtic noruec Niels Henrik Abel (1802-1829), premia les contribucions d'extraordinària i profunda influència a les ciències matemàtiques; s'atorga anualment des de 2003. El premi consisteix en vora 700.000 euros. Mikhail L. Gromov ha rebut recentment el Premi Abel de Sa Majestat el Rei Harald en una cerimònia de lliurament a Oslo, Noruega, el 19 de maig de 2009.

Destaquem les paraules següents del professor Kristian Seip, president del comitè Abel, durant el seu discurs en la cerimònia de lliurament del premi:

• Sobre el treball de Gromov en geometria riemanniana global

«La geometria riemanniana es desenvolupa a partir de l'estudi de superfícies curvilínies

i els seus anàlegs en dimensions més altes i ha aportat aplicacions, per exemple, a la teoria de relativitat general. Gromov ha tingut un paper decisiu en la creació de la geometria riemanniana global moderna. Les seves solucions de problemes importants en geometria global es basen en conceptes generals nous, com ara la convergència de varietats riemannianes i un principi de compacitat, que avui dia porten el seu nom.»

• Sobre el treball de Gromov en geometria simplèctica global

«Gromov és un dels fundadors del camp de geometria simplèctica global. Les corbes holomorfes ja es sabia que eren una eina important en l'estudi de la geometria de les varietats complexes. Tanmateix, el context de les estructures complexes integrables era massa rígid. En un article famós de 1985, Gromov estén el concepte de corba holomorfa al de corba J-holomorfa sobre varietats simplèctiques. Això el portà a

la teoria d'invariants de Gromov-Witten, que ara és un tema extremadament actiu connectat amb la teoria quàntica moderna. També el duigué a la creació de la topologia simplèctica i a la penetració i transformació gradual de moltes altres àrees de matemàtiques.»

- Sobre el treball de Gromov en teoria geomètrica de grups

«Els treballs de Gromov sobre grups de creixement polinòmic introdueixen idees que han canviat per sempre la manera com es veuen els grups infinits discrets. Va descobrir la geometria dels grups discrets i va resoldre una sèrie de problemes excepcionals. El seu enfocament geomètric convertí arguments combinatoris complicats en d'altres de molt més naturals i senzills, però alhora més potents.»

Les seves principals fonts d'inspiració a l'hora de treballar en teoria geomètrica de grups foren la topologia de dimensions baixes i la geometria hiperbòlica. En aquest context destaquem els importants treballs de Max Dehn durant els anys vint del segle passat sobre grups fonamentals de superfícies de Riemann hiperbòliques, i també els treballs de William Thurston durant la darrera dels anys setanta, connectant l'estudi de les 3-varietats amb la geometria hiperbòlica.

A principi dels anys vuitanta, Gromov introduí i desenvolupà la idea de grup hiperbòlic. Per definició, un grup hiperbòlic (un *Gromov hyperbolic group*) és un grup finitament generat i equipat amb una mètrica que satisfà certes característiques pròpies de la geometria hiperbòlica. És sorprenent com una definició tan senzilla pot generar una teoria tan rica i bonica, que es pot aplicar a més a una classe extensa de grups finitament presentats. En l'article [1] Gromov proposava un ambiciós programa de recerca sobre els grups hiperbòlics, que ha inspirat tota una generació sencera d'investigadors en teoria de grups. L'estil dels llibres [1] i [2] de Gromov és poc usual: en lloc de contenir demostracions treballades, abunden força les idees, la intuïció geomètrica i, sobretot, la sensació de seguretat que un lector avançat podrà crear-les. Ambdós llibres són plens d'idees i visions brillants que conviden a pensar sobre problemes alhora interessants i profunds. En aquest punt

em permeto de citar una frase del mateix Mikhail Gromov:

«La tasca de les matemàtiques i dels matemàtics és la d'articular les regularitats visibles dels mons físic i mental, i la de trobar nous patrons estructurals imperceptibles a la intuïció directa i al sentit comú.»

Per a aquells que estiguen interessats sobre aleatorietat, geometria, grups, complexitat i les seves aplicacions a la biologia, us aconsello visitar la web de Mikhail Gromov [3] i de mirar la part 14, «Formalització d'estructures genètiques i biomoleculars».

### Biografia curta de Mikhail Gromov

Mikhail Leonidovich Gromov naixia el 23 de desembre de 1943 a Boksitogorsk, URSS. Obtenia la llicenciatura en matemàtiques el 1965, el doctorat el 1969 i la tesi postdoctoral el 1973, a la Universitat de Leningrad (ara St. Petersburg), on també fou professor agregat des de 1967 fins a 1974. El director dels seus estudis doctorals fou l'eminent topòleg V. A. Rokhlin.

El 1974 Gromov marxava de l'URSS i es convertia en professor a la Universitat de l'Estat de Nova York a Stony Brook. El 1981 es traslladà a la Universitat de París VI.

Des de 1982, Gromov ha tingut una posició com a professor permanent a l'Institut des Hautes Études Scientifiques (IHES), Bures-sur-Yvette, a França; l'IHES és un institut per a la investigació avançada en matemàtiques, física teòrica i altres camps científics relacionats.

Mikhail L. Gromov ha estat ciutadà francès des de 1992.

### Bibliografia

- [1] GROMOV, M. «Hyperbolic groups». A: GERSTEN, S. [ed.]. *Essays in Group Theory*. Springer, 1987, pàg. 75–265. (MSRI Publications, 8)
- [2] GROMOV, M. *Geometric group theory. Vol.: 2. Asymptotic invariants of infinite groups*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993. (London Math. Soc. Lecture Note Ser.; 182). [Edició a cura d'A. Niblo i M. Roller]
- [3] GROMOV, M. Pàgina web: <http://www.ihes.fr/~gromov/>

Oleg Bogopolski  
Universitat de Dusseldorf

## Premis de la SCM 2010

La Societat Catalana de Matemàtiques ha convocat enguany una edició més, dins el cartell de premis de l'IEC, dels premis següents:

### Premi Évariste Galois

Instituït l'any 1962 i convocat per quaranta-setena vegada, s'ofereix al treball d'investigació, bibliogràfic o d'assaig sobre matemàtiques. Està dotat amb mil euros (1.000 €).

### Premi Josep Teixidor

Instituït l'any 1979 i convocat per tretzena vegada, s'ofereix a la millor tesi doctoral o al millor treball d'investigació sobre matemàtiques. Està dotat amb quatre mil dos-cents euros (4.200 €).

Termini per a la presentació de candidatures:

4 de desembre de 2009 a les 13 h

Més informació: <http://scm.iec.cat>

La SCM esta estudiant la possibilitat d'instaurar el «Premi Albert Dou» per a un treball que contribueixi a prestigiar i a visualitzar la importància de la matemàtica en el nostre món,

i a transmetre el coneixement matemàtic a un públic més ampli que els especialistes. En el proper número en donarem més informació.

## Fundació Ferran Sunyer i Balaguer

### Premi Matemàtiques i Societat

En la reunió del Patronat de la Fundació del passat 19 de març s'acordà atorgar per primera vegada aquest any 2009 el Premi al capítol «El sistema mètric» del programa *Quèquicom*, produït per Televisió de Catalunya sota la direcció de Jaume Vilalta, que fou emès pel Canal 33 el 22 d'abril de 2008. La Fundació Ferran Sunyer i Balaguer ha valorat molt positivament el rigor del reportatge i el seu valor pedagògic, adreçat a un públic d'ample espectre.

«El sistema mètric» presenta de manera elaborada i pedagògica l'ús de les eines matemàtiques, essencialment l'observació i la trigonometria, en la definició del metre a partir de la mesura del meridià terrestre que passa per Dunquerque i Barcelona. Prenent com a antecedents les mesures efectuades per Eratòstenes en

observar la posició del Sol en un mateix instant a Alexandria i a Assuan, es detallen les mesures efectuades a Catalunya per a la determinació del metre mitjançant triangulacions, dirigides per Pierre Méchain i Jean-Baptiste Delambre.

### Premi Ferran Sunyer i Balaguer de Matemàtiques

El Premi Ferran Sunyer i Balaguer de Matemàtiques 2009 ha estat atorgat a Timothy D. Browning, de la Universitat de Bristol, per la monografia titulada *Quantitative arithmetic of projective varieties*. En el proper número de la *SCM/Notícies* en publicarem una recensió.

El dos premis de la Fundació foren lliurats el passat 22 d'abril en l'acte de lliurament de premis i borses d'estudis de l'Institut d'Estudis Catalans.

Manuel Castellet  
Director de la FFSSB

### **Premi Matemàtiques i Societat 2010**

- Ofert a autors de reportatges sobre qualsevol aspecte de les matemàtiques (ensenyament, recerca, divulgació, presència en la societat), publicats en qualsevol mitjà de comunicació dels Països Catalans de caràcter generalista (premsa diària, publicacions periòdiques, ràdio, televisió, mitjans digitals, etc.) en els dotze mesos anteriors a la data de resolució.
- El jurat valorarà la temàtica tractada, l'impacte social i l'ús de la llengua catalana. La dotació del premi és de tres mil euros (3.000 €).

Termini d'admissió de candidatures: deu dies abans de la resolució. El jurat resoldrà l'adjudicació del Premi abans del dia 20 de març.

### **Premi Ferran Sunyer i Balaguer de Matemàtiques 2010**

- El Premi serà atorgat a una monografia matemàtica de caràcter expositiu que presenti els darrers desenvolupaments d'una àrea activa en recerca, en la qual el concursant hagi contribuït de manera important.
- El Premi és dotat amb 15.000 € i la monografia guanyadora es publica dins la sèrie «Progress in Mathematics» de Birkhäuser Verlag.

Termini per a la presentació de les monografies:

4 de desembre de 2009 a les 13 h

Més informació: <http://ffsb.iec.cat>

### **Borses Ferran Sunyer i Balaguer 2009**

#### **Judit Abardia, «Geometria integral i convexitat a l'espai hiperbòlic complex»**



Llicenciada l'any 2004 a la UAB actualment realitzant la tesi doctoral sota la codirecció d'Eduard Gallego i Gil Solanes, a la mateixa universitat.

Des del més de gener fins al setembre gaudeixo d'una estada de recerca a la Universitat de Fribourg (Suïssa), sota la direcció del professor Andreas Bernig, per acabar la tesi doctoral. Recentment, m'ha estat concedida una Borsa Ferran Sunyer i Balaguer per realitzar una estada de tres mesos al CRM sota la direcció de Joan Porti.

La tesi doctoral que estic realitzant té com a títol provisional «Geometria integral i convexitat a l'espai hiperbòlic complex» i s'emmarca en el camp de la geometria integral. Té com a objectiu principal donar una expressió per a la mesura de plans complexos que tallen un convex a l'espai hiperbòlic complex i interpretar-la en termes de la geometria del convex. Una de les preguntes que clàssicament ha tractat la geometria integral és, precisament, donat un convex, estudiar la mesura de rectes, plans, o més en general varietats lineals, que tallen el convex donat. Fins ara es coneixia una expressió per a aquesta mesura a l'espai euclidià, a l'esfera i



a l'espai hiperbòlic. L'objectiu principal, doncs, d'aquesta tesi és generalitzar aquests resultats a l'espai hiperbòlic complex.

Per a poder assolir aquest objectiu ha sigut necessari estudiar la geometria de l'espai hiperbòlic complex, és a dir, entre altres, s'han estudiat les subvarietats totalment geodèsiques, certes propietats de les hipersuperfícies reals i, especialment, les propietats dels bisectors. Una de les propietats de les hipersuperfícies reals és que no n' existeixen de totalment geodèsiques, és a dir, no podem trobar cap hipersuperfície tal que les geodèsiques d'aquesta siguin també geodèsiques de l'espai ambient. En aquesta situació, una pregunta natural és quines són les hipersuperfícies amb propietats més «semblants» a les totalment geodèsiques. La resposta que es troba a la literatura és que són els anomenats bisectors, que són hipersuperfícies minimal, generades per l'aplicació exponencial d'un subespai de dimensió  $2n - 1$  de l'espai tangent en un punt. Un dels seus inconvenients per a l'estudi de la geometria integral és que cap dels semiespais que determinen és convex.

Clàssicament, la geometria integral té com a objectes fonamentals d'estudi els dominis convexos de l'espai. Així doncs, és natural estudiar propietats i exemples concrets de convexos a l'espai hiperbòlic complex. Però, quina interpretació geomètrica podem donar a l'embolcall convex de tres punts? Com es defineix un políedre? La

resposta a aquestes preguntes no està gens clara i el problema principal és que no existeix un anàleg d'hiperplà.

El mateix problema apareix en estudiar els subgrups discrets del grup d'isometries de l'espai hiperbòlic complex,  $PU(n, 1)$ . Típicament, un domini fonamental a l'espai hiperbòlic real es defineix a partir d'un políedre amb una certa estructura combinatoria. Com que la noció de políedre a l'espai hiperbòlic complex no està clara i, de fet, diferents autors consideren nocions diferents, tenim que el problema de determinar dominis fonamentals a l'espai hiperbòlic complex és molt més ric.

De totes maneres, s'han donat diversos exemples de dominis fonamentals a l'espai hiperbòlic complex de dimensió 2. Mostow va donar el primer exemple de domini fonamental construït un hexàedre amb les cares contingudes a bisectors. Recentment, s'han construït altres exemples de dominis fonamentals en aquest espai i són coneguts alguns mètodes que es poden aplicar per trobar nous exemples i poder estudiar així noves varietats hiperbòliques complexes obtingudes com a quocient de l'espai amb el grup que defineix el domini fonamental.

En aquesta estada al CRM, començarem a donar una nova família d'exemples de dominis fonamentals a l'espai hiperbòlic complex de dimensió 2.

## Sara Arias de Reyna, «Galois representations and tame Galois realizations»



Sóc llicenciada en matemàtiques per la Universitat de Sevilla. Vaig decidir realitzar els meus estudis de doctorat a la Universitat de Barcelona, per poder especialitzar-me en teoria de nombres. El setembre de 2004 vaig iniciar els meus estudis de doctorat a la Facultat de Matemàtiques, sota la tutela

de la doctora Núria Vila. El 14 d'abril de 2009 vaig sol·licitar l'admissió a dipòsit de la meva tesi doctoral.

La teoria de nombres és una branca molt àmplia, estretament relacionada amb moltes altres matèries. Un objecte central d'estudi dintre de la teoria de nombres és el grup de Galois absolut del cos dels nombres racionals  $\text{Gal}(\mathbb{Q}/\mathbb{Q})$ , les seves representacions, els seus quocients fi-

nits, etc. Aquesta qüestió està directament relacionada amb el problema invers de la teoria de Galois sobre  $\mathbb{Q}$ , que és encara un problema obert. Aquest problema, que va ser considerat per primera vegada per D. Hilbert, consisteix a determinar quins grups finits poden realitzar-se com el grup de Galois d'una extensió finita del cos racional. En la meva tesi doctoral em centro a buscar una resposta a la qüestió següent, plantejada per B. Birch. Donat un grup finit  $G$ , existeix una extensió finita de Galois  $K/\mathbb{Q}$ , moderadament ramificada, tal que  $\text{Gal}(K/\mathbb{Q}) \simeq G$ ? Tracto aquest problema a través de les representacions de Galois associades a objectes aritmetico-geomètrics.

En la meva tesi he obtingut alguns resultats parcials quan  $G$  és isomorf al grup projectiu especial lineal 2-dimensional sobre un cos finit

amb  $\ell^2$  elements. Durant la tardor de 2008, vaig fer una estada en l'Institut für Experimentelle Mathematik, Universitat Duisburg-Essen (Alemanya), sota la tutela del doctor Gabor Wiese. Vam provar diferents aproximacions per a resoldre aquest problema, però cap ens va conduir a un resultat complet. No obstant això, encara ens queden algunes vies prometedores per estudiar. Afortunadament, m'ha estat concedida una Borsa Ferran Sunyer i Balaguer per a realitzar una estada de tres mesos en l'Institut für Experimentelle Mathematik per treballar amb el doctor Wiese. D'aquesta manera tindrem l'oportunitat

d'aprofundir en l'estudi aquest problema i contribuir, per a una porció de nombres primers  $\ell$ , a la realització del grup projectiu especial lineal 2-dimensional sobre el cos finit de  $\ell^2$  elements com a grup de Galois d'una extensió de  $\mathbb{Q}$  moderadament ramificada. El nostre propòsit és utilitzar les representacions de Galois associades a formes modulares tals que el seu cos de coeficients sigui una extensió quadràtica de  $\mathbb{Q}$ . Per a cada primer  $\ell$ , cal trobar formes modulares supersingulars en  $\ell$ , de manera que la representació de Galois associada tingui imatge gran.

### Alejandro Luque, «Teoria de renormalització i connexions amb fenòmens de breakdown»



Em vaig titular en enginyeria química a la UPC el setembre de 2004 i just després vaig començar el doctorat en matemàtica aplicada sota la direcció del professor Jordi Villanueva Castelltort en el Departament de Matemàtica Aplicada I de la mateixa universitat.

El projecte que vam presentar a les Borses Ferran Sunyer i Balaguer és una continuació natural de la recerca realitzada en la tesi, la qual es troba en fase de redacció. De manera sintètica, hom pot dir que el meu treball ha consistit a desenvolupar mètodes analítics i numèrics per a l'estudi de solucions quasiperiòdiques estables. És un fet ben conegut que aquestes solucions tenen un paper rellevant a l'hora d'entendre la dinàmica en molts problemes d'astrodinàmica, dinàmica molecular, física d'acceleradors/plasmes o mecànica celeste.

De manera imprecisa i incompleta, hom pot dir que la teoria KAM (Kolmogorov-Arnold-Moser) recull una sèrie de tècniques per estudiar solucions quasiperiòdiques (és a dir, funcions dependents d'un conjunt de freqüències) de certes equacions. Tot i que la teoria KAM és ben coneguda, els mètodes clàssics presenten inconvenients i dificultats a l'hora d'aplicar els resultats abstractes a models concrets. Nogensmenys, A. González, À. Jorba, R. de la Llave i J. Villanueva van desenvolupar un nou mètode per superar molts dels inconvenients de les tècniques clàssiques. Aquest mètode fou introduït per a tors de dimensió màxima i, en l'actualitat, hom considera de gran interès la

seva extensió a altres contextos. Un dels objectius de la tesi ha estat adaptar aquests mètodes per demostrar l'existència de tors de dimensió inferior normalment el·líptics.

D'altra banda, a l'hora d'estudiar dinàmica quasiperiòdica, hom pot obtenir molta informació si es coneix el vector de freqüències. És per això que el càlcul numèric d'aquests objectes ha esdevingut un tema de molt interès durant els darrers anys. La recerca de la meua tesi continua també la línia encetada recentment per T. M-Seara i J. Villanueva en aquest context.

Mitjançant la teoria KAM, hom pot justificar el fet que per famílies analítiques d'aplicacions del cercle (que compleixen certes condicions de no-degeneració), el conjunt de paràmetres que dóna lloc a un nombre de rotació diofàntic fixat és una corba analítica. Aquest resultat no proporciona cap informació quan la família inclou una subfamília d'aplicacions que contenen punts crítics. Fruit de discussions recents amb el professor Rafael de la Llave (Universitat de Texas a Austin) i d'experiments numèrics realitzats mitjançant els mètodes de la tesi, es va observar que en aquest cas l'anterior conjunt encara manté certa regularitat.

Gràcies a aquesta borsa faré una estada a Austin amb el professor De la Llave. Estudiarem la regularitat d'aquests conjunts de nombre de rotació constant en incloure aplicacions crítiques en la família. Donat que la presència de punts crítics situa aquest context en el límit de validesa dels nostres mètodes, considerem molt interessant abordar aquest estudi. Cal remarcar que un dels descobriments més sorprenents en sistemes dinàmics de les últimes dècades ha es-

tat l'existència de relacions d'escala en aquest tipus de transicions, i el seu estudi mitjançant tècniques de renormalització. Esperem que en

considerar l'estudi d'aquests punts crítics es puguin manifestar aquestes relacions d'escala i puguem derivar-ne propietats importants.

## Parlem de llibres

En poc temps s'han editat en català tres o quatre llibres que fan referència, d'una manera o altra, a la matemàtica. Són:

- FRANCESC DE SANTCLIMENT. *Suma de la art de arismètica*. Edició facsímil, amb un opuscle explicatiu de la Joana Escobedo. Barcelona: Biblioteca de Catalunya, 2007.

M'ha semblat que era l'ocasió de parlar de la importància i el significat de les aritmètiques comercials a l'Europa de finals del segle XV.

- PIERRE DE FERMAT. *Obra matemàtica vària*. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans. Secció de Ciències i Tecnologia, 2008.

Es tracta d'una traducció al català d'una selecció de textos i cartes de l'insigne jurista amateur, realitzada per Jaume Paradís, Josep Pla i Carrera i Pelegrí Viader, amb notes i comentaris.

- GODFREY H. HARDY. *Apologia d'un matemàtic*. Santa Coloma de Queralt: Obrador Edèmdum., 2008.

Es tracta del famós text de Hardy, amb la semblança de Snow, i una introducció escrita per a aquesta traducció, i acompanyat d'un text de John von Neumann que fa de contrapunt.

- EDUARD BONET. *Gabriel Ferrater i Robert Musil: entre les ciències i les lletres*. Barcelona: Residència d'Investigadors, 2009. (Publicacions de la Residència d'Investigadors; 35)

L'Eduard em va demanar que, juntament amb la Marta Pessarrodona, presentés l'obra a la Residència d'Investigadors. El text d'aquest «Parlem de llibres» és el que vaig llegir el passat 20 d'abril.

- PAOLO GIORDANO. *La solitud dels nombres primers*. Barcelona: Edicions 62, 2009.

Es tracta d'una novel·la.

Josep Pla i Carrera  
UB

## Gabriel Ferrater i Robert Musil: entre les ciències i les lletres

Autor: EDUARD BONET

Editorial: Residència d'Investigadors. Barcelona, 2009.

[Eduard, Marta, Francesc Farré, Lluís Calvo, amigues i amics:]

Per començar voldria agrair als organitzadors d'aquesta presentació —que és una celebració— i, molt particularment, a l'amic Eduard la confiança que m'han demostrat en convidar-me a participar activament en aquest acte tan important simbòlicament.

L'any 1975 es va publicar *Una lleu sorra*, un llibre col·lectiu en memòria d'en Gabriel Ferrater. Hi van participar un grapat de matemàtics col·legues i amics de l'Eduard i meus. Per la raó que fos —jo no tinc una memòria històrica tan bona com la que té l'Eduard— no en vaig tenir coneixement fins que fou massa tard per poder-hi participar. És una d'aquelles petites es-

pines que se't queden clavades a l'esperit. Avui, però, amb aquesta participació activa puc retre, de forma indirecta, un petit homenatge a la memòria d'en Gabriel, el qual he conegut per la seva obra, pels molts apropaments que me n'ha fet l'Eduard al llarg dels anys i, aquests darrers dies, pel llibre que ara presentem amb molt d'orgull, admiració i un polsim de cobejança.

Permeteu-me que dediqui les meves paraules, breus però que volen ser intenses, a l'Eduard.

Per a mi sempre ha estat com el germà gran que, amb molt més esforç que el germà petit, aconsegueix les primeres concessions i assoleix els primers graus de llibertat dels pares; com el guia que obre el camí que cal seguir, tot mostrant-lo.

Repasaré, doncs, tot recordant-los per a tots vosaltres, uns quants exemples dels punts d'encontre i de paral·lelisme entre l'Eduard i jo:

1) En el vessant didàctic de la teoria de conjunts.

La implantació de la matemàtica basada en els conjunts i la lògica formal de primer ordre impressionà Gabriel Ferrater. De quina manera tan nítida descriu l'Eduard, amb mà mestra, la descoberta que en féu en Gabriel a l'*Análisis algebraico* de Julio Rey Pastor!<sup>1</sup>

I així, a la part tercera del llibre que presentem,<sup>2</sup> l'Eduard fa palès aquest entusiasme —un entusiasme que comparteix— i el sentit que la teoria de conjunts tingué durant els seixanta i setanta del segle XX. Diu:

A causa del seu enfocament estructuralista, la matemàtica moderna reflecteix, juntament amb la lingüística, l'art abstracte i altres manifestacions intel·lectuals, aspectes molt importants de la mentalitat del segle XX. La consolidació i la difusió que se'n féu en la dècada dels seixanta va ser un fenomen científic, didàctic i cultural destacadíssim, que la història del pensament no pot ignorar.<sup>3</sup>

Li van preocupar també, d'una manera particular, les repercussions didàctiques en l'àmbit de l'ensenyament no universitari i, de retruc, la formació de mestres i llicenciats que aquesta innovació comportava. Aquesta preocupació el va portar a participar activament en debats a Rosa Sensat i a les escoles d'estiu organitzades pel Col·legi de Doctors i Llicenciats. Anys més tard, amb l'amiga Griselda Pascual [Barcelona, 1926 - 2001] i Adolf Almató, jo li seguiria les petjades. I així, l'any 1976, a l'Escola d'Estiu per a professors d'ensenyament mitjà vaig donar un curset, *Notes sobre teoria de conjunts*, en aquest mateix sentit.

2) Pel que fa a la lingüística.

L'interès que la gramàtica generativa despertà en molts de nosaltres ens va portar a col·laborar, després de la mort d'en Gabriel, en un curs al CICF, a la Via Augusta, que l'Eduard va organitzar *in memoriam* a la seva vocació lingüística i que tan bé explica en diversos passatges del llibre. Per a ell era un homenatge d'amistat i alhora un intent d'omplir el buit que

una obra lingüística d'en Gabriel, inacabada, deixava a la societat catalana culta.

Durant aquell encontre vàrem considerar —ateses les novetats lingüístiques que la *matemàtica moderna* introduïa en la redacció de les lliçons, articles i llibres— la necessitat i urgència de disposar d'un text d'estil matemàtic. Tanmateix, mai no vàrem posar fil a l'agulla.

3) La Universitat Catalana d'Estiu a Prada.

Eduard em va convidar a anar a Prada on vaig participar tres o quatre estius seguits a començaments dels anys vuitanta. En Gabriel, en canvi, hi havia estat l'agost de 1971.<sup>4</sup> Un d'aquests cursos el vaig titular «La matemàtica, un monstre d'or amb peus de fang». Hi posava de manifest que, malgrat l'èxit indiscutible de la manera nova de fer matemàtica, els problemes de fonamentació *encara eren vius, però ja ens n'havíem oblidat*. [Hi vaig tornar, farà uns deu anys, quan la part científica la portava Antoni Lloret, en un d'aquells gestos de nostàlgia i anyorança que provoquen els anys.]

4) Els congressos catalans de lògica (1983-1990).

Vàrem coparticipar en els congressos catalans de lògica, una iniciativa de l'amic comú Enric Trillas. Aquests congressos van ser l'impuls inicial de les recerques en lògica algebàrica catalana que encara avui perduren i que s'han consolidat en un grup de recerca molt notable, reconegut arreu.

5) Josep Vicenç Foix, de Sarrià.

L'amistat i admiració pel poeta de Sarrià, Josep Vicenç Foix, és un altre punt d'encontre entre l'Eduard i jo. En aquest fet, li vaig passar al davant, però tampoc no és mèrit meu. Foix era amic de joventut del pare, i això m'obrí les portes de casa seva i als sopars dels diumenges que mai no oblidaré. L'Eduard, en canvi, es guanyà l'amistat i simpatia de Foix pels seus propis mèrits.

6) En la forma d'entendre i assolir el coneixement.

Però en allò que l'Eduard fou el meu mestre —i sempre n'hi seré deutor— és en la necessitat de comprendre en profunditat per extensió, i no pas per intenció. Un coneixement que, respectant les diferències, en podríem dir renaixentista

<sup>1</sup>Vegeu les pàgines 317-324.

<sup>2</sup>Vegeu les pàgines 105-218.

<sup>3</sup>Vegeu la pàgina 103.

<sup>4</sup>Vegeu les pàgines 511-513.



i que, pel que he pogut llegir en el llibre, ell va copsar en l'actitud intel·lectual d'en Gabriel.

La síntesi que en fa l'Eduard és digna de ser llegida:

Al llarg del treball d'escriure el llibre he tingut clar que en alguns capítols em refereixo a la perversa divisió entre el món de la ciència i el de les lletres. Algunes vegades, amb Gabriel Ferrater, havíem parlat de C. P. Snow i del seu llibre *Les dues cultures*. [...] Un dels aspectes importants de l'amistat entre Gabriel Ferrater i jo era una mena de complicitat per denunciar les conseqüències devastadores del fet que s'accepti socialment i es legítim intel·lectualment la divisió de les dues cultures.<sup>5</sup>

Si la influència és una relació transitiva, sóc, en això, deutor d'en Gabriel. És un mètode excel·lent —considerem si no les trajectòries d'en Gabriel i de l'Eduard. [Si en d'altres no dóna més fruits, és per llurs limitacions personals i intel·lectuals.]

7) Compromís amb el país.

Però, per damunt de tot, l'Eduard ha estat un exemple d'amor pel seu país, un amor compartit amb altres amors i amb un respecte molt gran pels aires antics i novells d'altres països [una mica en la línia del controvertit poema de Salvador Espriu —que l'Eduard esmenta a les pàgines 195-197—,] i amb un compromís ferm i decidit per la nostra *petita gran cultura*. Fa pocs dies, el conseller de Cultura de la Generalitat, Joan Manuel Tresserras, durant l'entrega del Premi de Cultura Popular Valeri Serra i Boldú (Bellpuig, Lleida), deia que, d'entre els països sense estat, Catalunya és, pel que fa a la cultura pròpia, dels primers, si no el primer; de primera divisió.

8) Compromís amb el català.

L'amor de l'Eduard per la nostra llengua que, sempre en perill, pot produir i produeix tota mena de literatura de gran nivell, cada una en el seu estil i àmbit, com ara, per ser breu, la poesia de Foix i de Ferrater, és indiscutible.

Ell, amb la col·laboració d'en Gabriel, fou el primer a escriure durant els anys foscos de la dictadura un llibre de matemàtiques en català:

*Espais de probabilitat finits*. Jo, en canvi, hi escriuria la primera tesi de matemàtiques, però ja a les acaballes del franquisme.

I ara l'ha tornat a usar, amb rigor i claredat, per escriure la biografia d'un home, d'un temps i d'unes idees: *Gabriel Ferrater i Robert Musil: entre les ciències i les lletres*. És un text que, entre moltes altres aportacions, sintetitza la generació intel·lectual del Maig del 68.

En l'àmbit de la matemàtica, ningú com ell mereix ser membre de la Secció de Ciències i Tecnologia de l'IEC, un tret en el qual no he aconseguit imitar-lo.

\* \* \*

El llibre d'Eduard Bonet *Gabriel Ferrater i Robert Musil: entre les ciències i les lletres* és —deixeu-m'ho dir amb totes les paraules— un acte d'amor de l'Eduard per en Gabriel, i de l'Eduard per la veritat.

Em podreu dir que, atesa la meva vinculació afectiva i ideològica amb l'Eduard, no sóc el més indicat per presentar-lo amb objectivitat. Jo, però, crec que, si sé mantenir el grau de sinceritat que l'Eduard empra en el llibre, en sóc perfectament idoni precisament pels paral·lismes que m'hi uneixen i que he exposat, amb sinceritat, al preàmbul explicatiu i que el justifiquen alhora que em qualifiquen per comprendre'n les *dues cultures*, seguint la terminologia de C. P. Snow.

Ara, però, entrant de ple en el text, us mostraré fins a quin punt el llibre de l'Eduard és un acte *reflexiu d'amor*, i un *exercici de sinceritat*. Hi llegim:

[...] en desgreuge meu, indicaré que el llibre que tenim a les mans no és una obra de ficció sinó de *reflexió* sobre la personalitat *complexa* de Gabriel Ferrater vista a través de la presentació de teories i històries.<sup>6</sup>

I segueix:

Un autor no és merament un objecte per reconstruir, a partir d'uns indicis, amb la nostra imaginació *lliure* i de *vegades tan pobra com desenfrenada*. Un autor és una persona que ofereix la seva obra a la nostra consideració i a la nostra *crítica* i que té el dret d'ésser respectada.<sup>7</sup>

<sup>5</sup>Vegeu les pàgines 23-24.

<sup>6</sup>Vegeu la pàgina 303. Els èmfasis són meus.

<sup>7</sup>Vegeu la pàgina 304. Els èmfasis són meus.

En aquests textos, hi podem veure l'objectiu i propòsit de l'Eduard i alhora l'acte d'humilitat al qual sotmet l'obra. Solament demana que li sigui respectada —com cal a tota obra d'autor— perquè el respecte a l'obra és, de fet, el respecte a la feina feta. Aquest respecte, però, no exclou la crítica ni tampoc no exclou les limitacions de la imaginació de l'autor.

I, com a introducció a l'obra autobiogràfica de Musil, *L'home sense qualitats*, diu:

L'autor que publica una novel·la més o menys autobiogràfica ens ofereix dues classes de coneixement sobre la seva personalitat: les experiències que realment ha viscut ens expliquen com és, i les situacions fictícies que crea ens diuen com li agradaria ser. El lector que s'emmiralla en aquesta novel·la i ens comenta que hi reconeix aspectes bàsics de la seva mentalitat ens incita a entendre'l més profundament, tant en el pla de les seves experiències com en el dels seus ideals. Aquests jocs d'identificacions i seduccions hermenèutiques tenen malauradament molts paranys, que les nostres reflexions crítiques han intentat d'evitar.<sup>8</sup>

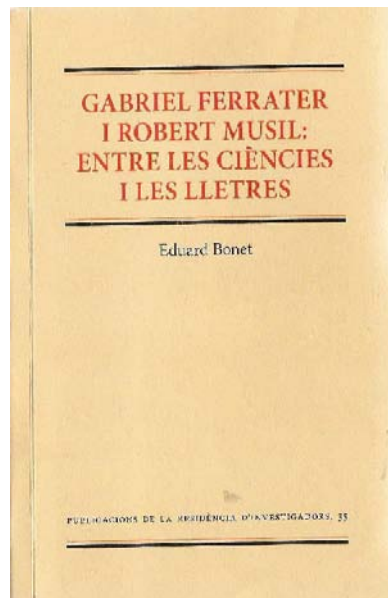
I, malgrat que ens ha deixat ben clar que el seu llibre «no és un llibre de ficció» i tampoc, és clar, no és una autobiografia i, per tant, no hi pot reflectir «allò que li agradaria ser» al personatge biografat, em sembla que en la resta ens presenta totes les pautes de sinceritat que atribueix a l'autobiografia alhora que és conscient dels paranys en els quals pot haver quedat atrapat.

La voluntat d'objectivitat —en el grau en què això sigui possible en un text d'autor— hi és en la intenció. Ho diu, entenc, ben clarament quan escriu:

El conductisme de les ciències socials, que es va desenvolupar a partir de la primera meitat del segle XX, no ens serveix gaire per conèixer la complexitat de les persones. Per interpretar la mentalitat i els sentiments profunds dels altres ens basem en indicis que,

malgrat la seva importància, *sempre són insuficients*. [...] Sense ser escèptics sobre allò que coneixem bé, la consciència d'aquestes limitacions ens hauria de portar a no fer el viu i a ser humils i prudents en les nostres indagacions sobre els homes i les dones.<sup>9</sup>

No crec que hi haguem de veure, en cap cas, un intent d'ironitzar sinó una reflexió de les limitacions que li presenta el repte que s'ha plantejat a si mateix.



Aquest repte d'objectivitat extrema ens l'ofereix tot presentant el context de la vida personal d'en Gabriel, amb un detall i un grau d'intimitat notables;<sup>10</sup> l'estat de la situació intel·lectual, a l'època en què tocà de viure a Gabriel, de totes i cada una de les qüestions afins als seus interessos —que, en el cas d'en Gabriel, són molts i diversos— amb una lucidesa que considero envejable: amb una capacitat de síntesi notable ens ofereix l'evolució de la lògica a partir de Frege,<sup>11</sup> seguida d'una exposició acuradíssima del *gir lingüístic* que l'evolució de la lògica propicià;<sup>12</sup> l'anàlisi acurada —i sempre contextualitzada— de les anècdotes —que, a voltes, transcendeixen la mateixa anècdota i esdevenen cabdals per universals—<sup>13</sup> els textos que, en un escriptor i intel·lectual, són, de fet, el tret definitiu i definitori per poder-ne copsar la personalitat;<sup>14</sup>

<sup>8</sup>Vegeu la pàgina 367.

<sup>9</sup>Vegeu la pàgina 35. Els èmfasis són meus.

<sup>10</sup>Vegeu les pàgines 303-342.

<sup>11</sup>Vegeu les pàgines 232-272.

<sup>12</sup>Vegeu les pàgines 273-300.

<sup>13</sup>Vegeu les pàgines 501-532.

<sup>14</sup>Vegeu les pàgines 81-101.

i finalment, l'experiència personal i enriquidora —una lectura que em permeto de recomanar d'una manera específica—<sup>15</sup> de la col·laboració en l'elaboració del text *Espais de probabilitat finits*, un exemple a imitar per la seva claredat expositiva i per la seva qualitat expressiva.

Però, certament, el text, malgrat els intents de l'Eduard per bastir la personalitat d'en Gabriel des de l'objectivitat, és un text delicat —i així l'hem de llegir— perquè, com deia, és un acte d'amor:

En cada context històric —escriu l'Eduard—, l'amistat es construeix amb elements *afectius, emocionals i racionals*, que s'integren en proporcions diverses. En un extrem, les relacions entre els amics es basen quasi exclusivament en l'afectivitat, mentre que en l'altre es fonamenten fortament en *afinitats intel·lectuals*, de manera que, entre els dos límits, hi ha tot un espai de formes relacionals possibles. Cap aparell anàleg a l'espectròmetre de masses no pot detectar ni mesurar els elements afectius i intel·lectuals que intervenen en cada relació específica. Tanmateix, les característiques d'aquests elements revelarien aspectes molt profunds de la personalitat de la gent.<sup>16</sup>

Qui podria desitjar una biografia millor que la que emana de l'amistat!

I quina no devia ser la vàlua intel·lectual i humana d'en Gabriel si va aconseguir despertar aquesta passió en una persona com l'Eduard —tots els que el coneixem sabem que és íntegre, sensible, amb una capacitat intel·lectual abstracta saonada per grans dots d'intuïció. Llegiu si no em creieu, entre d'altres parts del text, la sisena, on l'Eduard fa l'anàlisi *Robert Musil com a referent*,<sup>17</sup> una anàlisi que, en aquest cas, no és suspecte de cap desviació provinent d'un excés d'amistat, i comprendreu el rigor amb què ha tractat la biografia d'en Gabriel.

Tanmateix la tasca que s'ha proposat i que explica amb ploma mestre és un intent d'aixecar la boira dels records. Diu:

L'experiència humana, en el seu fluir al llarg del temps, és, entre altres coses, un món de coneixements, reflexions, arguments, teories, confirmacions, refutacions, sentiments, accions, expectatives, projectes, valors i significats [...]. Els esdeveniments que les històries relaten adquireixen significats a través de l'argument i del final narratiu. Però, sobretot, la moral de les històries, com la de les faules, prové del fet que apunten cap al futur.<sup>18</sup>

Una personalitat complexa com la d'en Gabriel —amb tantes facetes i totes tan brillants com les d'un diamant polit per la lectura, pel coneixement profund, per una intel·ligència excepcional, per la cultura occidental— és indubtablement recordada en la boira d'un record múltiple fet de records parcials. Cal, doncs, aixecar la boira.

Com va escriure el mateix Gabriel Ferrater —oh miracle de la poesia!— el text de l'Eduard vol ser el raig de sol que s'endú la boira:

BOIRA (fragment)

Molt abans que te'ls tornis vella i grisa,  
l'ombra del núvol meu damunt l'estesa  
de natura i conreu: la teva terra,  
com un floc lleu de cendra, imperceptible  
per tots ells, però encara no per tu,  
quan se l'endugui un últim pàllid vent  
s'arrissarà convulsa per l'adéu,  
i et deixarà el record d'un fred caduc.  
Sé com, després, se'ls obriran les vies  
del sol, quan, dins la múltiple sorpresa  
de fulles nobles, els fibli l'orella  
l'àgil flauta infernal del teu migdia.<sup>19</sup>

Eduard, gràcies pel teu testimoniatge, la teva amistat i per aquesta obra tan meditada, acurada, precisa, fidel, sincera i alhora tan curulla de complicitats i d'estimació. Gràcies, de cor!

Josep Pla i Carrera  
UB

<sup>15</sup>Vegeu les pàgines 473-499.

<sup>16</sup>Vegeu la pàgina 59.

<sup>17</sup>Vegeu les pàgines 369-472.

<sup>18</sup>Vegeu la pàgina 471.

<sup>19</sup>*Les dones i els dies*, pàgina 149. Barcelona, 1968, col·lecció «Cara i creu», núm. 10.

## Fermat parlava i parla català

Autor: PIERRE DE FERMAT

Editorial: Institut d'Estudis Catalans, 2008.

Segons [1]-b (pàg. 12), Pierre de Fermat era descendent de catalans que emigraren a França en algun moment de la segona meitat del segle XV. A més, Barner també afirma (*ibid.*) que la formació de Fermat als franciscans de Beaumont-de-Lomagne (el seu poble natal, situat a uns 55 km al nord-oest de Tolosa de Llenguadoc) comprenia el grec clàssic, el llatí, l'italià i el català. Vista la facilitat per les llengües que demostrà (vegeu la citació de [2]), és, doncs, molt versemblant que Fermat conegués bé la nostra llengua. Ara, amb el volum *Pierre de Fermat: Obra matemàtica vària*, traducció comentada i anotada per Josep Pla, Pelegrí Viader i Jaume Paradís, publicat el 2008 per l'Institut d'Estudis Catalans, podem dir que Fermat torna a parlar en català.



La carrera professional de Pierre de Fermat fou la d'un magistrat competent, hàbil i eficaç que es desenvolupà durant gairebé trenta-quatre anys a les corts de justícia de Tolosa i de Castres (una vila a 75 km a l'est de Tolosa). Iniciada el maig de 1631, en què pren possessió del primer càrrec, acaba el 12 de gener de 1665, dia en el qual mor a Castres. Tanmateix la història de les idees no el recorda pel seu paper com a juriconsult, sinó com a matemàtic, en reconeixement al fet que cultivà les matemàtiques en el temps lliure que li deixaven les seves ocupacions professionals, des de molt jove fins gairebé al final dels seus dies, i que, fruit d'aquesta de-

dicació, aportà idees profundes i originals que obriren nous camins en diverses branques de les matemàtiques.

El cas més conegut és el de la teoria de nombres moderna, de la qual Fermat és l'iniciador indiscutible. «Ens ha llegat un gran nombre de teoremes», diu Legendre a la introducció del seu *Essai sur la théorie des nombres* (París, Duprat, 1797), «però gairebé tots sense demostració». Els reptes aritmètics de Fermat, explorats primer per Euler, i perfilats posteriorment per Legendre i Gauss, han propulsat un desenvolupament de la teoria de nombres que avui prossegueix amb tot el seu vigor. S'ha de subratllar el fet que al llarg dels anys s'han anat trobant demostracions de tots els enunciats que Fermat afirmà que havia provat, essent el gran teorema ( $x^n + y^n \neq z^n$  si  $n$  és un nombre enter  $> 2$  i  $x, y, z$  són nombres enters positius) el darrer en ser expugnat (Wiles, 1995), amb què culminà així una llarga llista d'aportacions memorables per part de molts altres investigadors. La conjectura que  $2^{2^n} + 1$  és un nombre primer per a tot nombre enter  $n \geq 0$ , sostinguda per Fermat i refutada per Euler ( $2^{2^5} + 1$  és divisible per 641), no invalida l'afirmació anterior, ja que Fermat mai pretengué que en tingués una demostració, per més que es pensés que la trobaria. El cas del gran teorema tampoc la contradí: encara que els experts creguin que la «meravellosa prova» esmentada en aquell mític «marge» es degué basar en alguna suposició errònia, el fet és que no hi ha indicis que Fermat afirmés mai públicament, en vida, que en tenia una demostració.

Però el cas és que el geni de Fermat fou també pioner indiscutible en els dominis de la geometria analítica, del càlcul diferencial, del càlcul integral (àrees i longituds), de la teoria de probabilitats i de l'òptica geomètrica (principi del mínim temps). Tanmateix, en aquests casos l'originalitat i significació del seu pensament foren fàcilment eclipsades per les contribucions posteriors d'altres autors a causa del recel de Fermat a publicar els seus descobriments. En el cas de la geometria analítica, els llozers se solen atribuir a Descartes, que publicà *La Geometrie* el 1637, quan Fermat ja feia anys que estava



en possessió de les idees essencials del mètode (cf. [3], pàg. 3). Newton i Leibniz solen passar com a descobridors independents del càlcul diferencial, del qual a més es disputaren la prioritat en una llarga i agra polèmica, però les idees fonamentals d'aquest càlcul havien estat concebudes per Fermat anys abans del naixement d'aquests genis. «Hom ha de considerar Fermat com el primer inventor d'aquests nous càlculs», escrigué Lagrange en el seu *Calcul des fonctions*, i sembla segur que Newton i Leibniz en tenien coneixement.

El volum *Obra matemàtica vària* és un magnífic regal en tots els sentits. Primordialment, ens presenta traduccions d'una meditada selecció dels textos més significatius de [4], que representen aproximadament la meitat del contingut del volum. Són tots obres mestres que ens permeten copsar, d'una manera colpidorament directa i ensem molt plaent, la frescor, agudesa i amplitud del pensament matemàtic de Fermat. Estan agrupades en cinc parts, que es poden llegir independentment: Obra geomètrica, Càlcul diferencial i aplicacions, Longituds de corbes i àrea de superfícies, Combinatòria i probabilitat, i Aritmètica. L'altra meitat del volum, que justifica la locució «comentada i anotada» del subtítol, i que els que coneixen [5] o altres treballs dels autors estaran a l'aguait de trobar, està formada per escrits propedèutics, destinats a contextualitzar les matèries, i per un elevat nombre de notes a peu de pàgina (1.235), pensades per anar informant el lector de les diverses significacions (matemàtiques, històriques o metodològiques) del que s'està llegint. Al final hi ha dos apèndixs, un sobre la cronologia de la vida de Fermat i un altre sobre la cronologia de les seves obres, i una extensa bibliografia.

Els traductors/autors han aconseguit amb escreix el propòsit que anuncien a les pàgines de presentació del volum (març de 2006): «[...]posar a l'abast del lector en català una part important de l'obra matemàtica de Fermat». En la creença que el 2001 es complia el quart centenari del naixement de Fermat, podrien haver pensat que feien una mica tard, però si les consideracions que es poden trobar seguint el fil de [1] i [6] són correctes, haurien acabat la seva tasca més d'un any abans del vertader centenari, i el llibre hauria aparegut just quan tocava. Un motiu més de celebració.

## Bibliografia

- [1] BARNER, Klaus: a) *How old did Fermat become?* NTM (N. S.) 9, (2001) núm. 4, pàg. 209-228. b) *Pierre de Fermat (1601? - 1665). His life beside mathematics.* EMS Newsletter, desembre 2001, pàg. 12-16.
- [2] Una evidència important relativa a [6] és la inscripció (en llatí) posada al mausoleu de la família Fermat, a Tolosa, presumiblement escrita pel seu fill Samuel i avui dipositada al Museu dels Agustins de la mateixa ciutat. Pel seu interès en traduïm una part seguint la transcripció de l'original inclosa a [3], pàg. 10: «A la memòria de Pierre de Fermat, conseller al parlament de Tolosa. Sagaç en la literatura, les matemàtiques, la filosofia i en el coneixement de moltes llengües, palesà tanmateix un tan gran coneixement de la jurisprudència, tant de zel en l'exercici de la judicatura, que hom hauria cregut que tota la força del seu geni era dirigida a aquest fi, quan en realitat fou repartida entre una diversitat d'especulacions sublimes. [...] Home sense ostentació, poc propens a publicar el resultat dels seus desvetllaments, més engrandit per la indiferència envers les seves belles obres que no pels mateixos descobriments, mai s'enorgullí dels brillants elogis dels seus contemporanis. [...] Morí el 12 de gener de 1665, als 57 anys d'edat.»
- [3] BRASSINE, Emil: *Précis des Oeuvres Mathématiques de P. Fermat et de l'Arithmétique de Diophante.* Tolosa: Imprimerie de Jean-Matthieu Douladoure, 1853. Reimpresió per Éditions Jacques Gabay, 1989, 164 pàg. A la introducció d'aquesta obra remarcable llegim: «La primera part d'aquest *Précis* presenta un resum complet de les memòries contingudes a les *Opera varia*, publicades a Tolosa el 1679 per Samuel Fermat, fill de l'autor» (pàg. 3). «La segona part del nostre resum presentava dificultats particulars que només hem pogut evitar reproduint amb concisió els sis llibres complets de l'Arithmétique de Diofant. Sense aquest treball preliminar, el lector no hauria pogut copsar ni el sentit ni l'abast de les notes poc desenvolupades de Fermat, que hem traduït amb cura, i que seran encara per molt de temps l'objecte de recerques i meditacions dels geomètres» (pàg. 6).

- [4] FERMAT, Pierre de: *Varia Opera Mathematica*. Publicada el 1679 a Tolosa per J. Pech, a cura del fill gran de l'autor, Samuel Fermat. Publicada amb el títol *Oevres de Fermat* per Gauthier-Villars, a cura de Paul Tannery i Charles Henry, que hi afeixen estudis i comentaris, fent un total de cinc volums: *Obres matemàtiques de Fermat*, incloent-hi els comentaris a l'*Aritmètica* de Diofant (1891, 440 pàg.), *Correspondència* (1894, 514 pàg.). *Traducció* [al francès] *dels escrits llatins de Fermat*, incloent-hi la correspondència (1896, 611 pàg.), *Complements* (1912, 217 pàg.) i *Suplement als volums I-IV* (1912, 128 pàg.). Els podeu descarregar de <http://wlym.com/~animations/fermat/>.
- [5] DESCARTES, René: *La geometria*. Traducció de Josep Pla i Pelegrí Viader. Barcelona: IEC, 1999.
- [6] En els articles [1] s'argumenta que Fermat nasqué a finals de 1607 o principis de 1608 —per a més detalls referim el lector a la recensió de l'article [1]-a, escrita per Philip Beeley al Zentralblatt (1001.01006), que conté més referències, i del qual aquí ens limitem a traduir les darreres línies: «En aquest supòsit, Fermat inicià la seva creació matemàtica el 1628, a l'edat de 21 anys, i es casà amb Louise de Long el 1631, a l'edat de 24 anys. Aquestes edats [...] s'adiuen bé amb les normes sociològiques i científiques del seu temps.»

Sebastià Xambó  
UPC

## Racó biogràfic

### Oliver Heaviside (1850-1925)

Oliver Heaviside, nascut a Londres l'any 1850, morí l'any 1925 a Paignton, una ciutat a la costa sud-oest d'Anglaterra. Heaviside, amb vint-i-quatre anys, interessat en problemes de transmissió de senyals es va trobar amb el llibre de Maxwell acabat de publicar *Tractat sobre electricitat i magnetisme* i va pensar que aquell llibre el podia ajudar. Heaviside no tenia estudis superiors i sabia ben poques matemàtiques, però això no el va aturar.

Oliver Heaviside era fill d'una modesta família londinenca; el seu pare era un artesà que es guanyava la vida gravant fusta i la seva mare donava classes. Ell era el menor de quatre germans i de petit va sofrir l'escarlatina, una malaltia que li va provocar una lleugera sordesa per a la resta de la seva vida. Amb setze anys va haver de deixar l'escola i durant els dos anys següents es va quedar a viure a casa els seus pares sense cap feina remunerada; llavors ell va confeccionar-se un pla d'estudis; en particular estava interessat en la telegrafia. Charles Wheatstone, físic anglès professor del King's College de Londres, que tots recordem pel «pont de Wheatstone» en el càlcul de resistències elèctriques, estava casat amb una germana de la mare de Heaviside. Per aquells anys Wheatstone intervenia de manera

destacada en el desenvolupament de la telegrafia a l'Anglaterra del XIX i va aconseguir un lloc de treball per a al seu nebot —tenia llavors divuit anys— com a tècnic telegrafista, primer a Dinamarca i després a Anglaterra, a l'Oficina de Telègrafs de Newcastle upon Tyne, ciutat situada al nord-est. Heaviside va participar activament en tasques pròpies de la tecnologia de comunicacions; li agradava la feina i, a més, era molt ben pagada, però aquesta feina només va durar sis anys. Heaviside havia iniciat l'estudi de l'electricitat i el magnetisme i havia pres la decisió de deixar qualsevol cosa que l'apartés d'aquest estudi. Que un jove anglès de vint-i-quatre anys, a l'últim terç del segle XIX, s'interessés en l'electricitat i el magnetisme no té res d'estrany, però sí que crida l'atenció que Heaviside decidís deixar una bona feina amb un bon sou per dedicar-se exclusivament a l'estudi dels fenòmens electromagnètics, a més tenint en compte que no tenia fortuna personal. Però així va ser i així seria per a la resta de la seva vida, mai va voler acceptar cap feina regular que el pogués distreure de l'estudi i va sobreviure gràcies als diversos ajuts econòmics que rebia de parents, amics i institucions.

Un fet havia esperonat la decisió de Heavi-

side: l'any 1873 es va publicar el *Tractat sobre electricitat i magnetisme* de J. C. Maxwell i diu Heaviside: «Recordo quan jo era jove la meva primera trobada amb el gran tractat de Maxwell. Fins llavors no s'havia escrit una teoria lligada i completa, només es trobaven coses disperses; jo m'esforçava per entendre l'electricitat enmig d'una gran foscor. Quan vaig veure a la taula de la llibreria el treball que Maxwell havia publicat feia poc, em vaig posar a fullejar-lo i vaig quedar sorprès. Vaig llegir-ne el prefaci i l'últim capítol i alguns trossos més a un lloc i altre; sentia que era una cosa gran i amb moltes possibilitats d'obrir noves perspectives. Vaig decidir que l'estudiaria i em vaig posar a fer-ho. Jo era molt ignorant. No tenia cap coneixement d'anàlisi matemàtica, a l'escola només havia après àlgebra bàsica i trigonometria, les quals ja havia oblidat i això em deixava fora de combat. Amb alguns anys vaig arribar a entendre d'aquell llibre tot allò que jo era capaç d'entendre amb la meva formació. A partir d'aquí vaig decidir deixar el llibre de Maxwell i seguir el meu propi curs i vaig començar a progressar amb molta més rapidesa.»



Heaviside va tornar a casa dels seus pares; allà va viure fins al 1889 quan ell i els seus pares van traslladar-se a la ciutat costanera de Paignton a casa del seu germà Charles, que hi tenia una botiga d'instruments musicals. Heaviside no es va casar, no va tenir fills, no feia vida social de cap mena, no va ocupar mai cap lloc acadèmic ni mai va voler fer res més que no fos estudiar electricitat i magnetisme. Amb la mort dels seus pares, el 1894 i 1896, Heaviside

va llogar una casa de camp a Newton Abbot, lloc proper a Paignton. Lligat a la seva personal recerca electromagnètica va portar una vida solitària i excèntrica que el va conduir cap al final de la seva vida a haver de suportar certs desequilibris d'ordre psicològic. El 1908 va anar a viure en una pensió a Torquay; en aquesta ciutat costanera, veïna a Paignton, va morir el 1925.

Heaviside va publicar una gran quantitat d'articles que, en la seva majoria, es troben recollits a *Electrical Papers* (1892) i *Electromagnetic Theory*, vol. I (Londres, 1893), vol. II (Londres, 1899), vol. III (Londres, 1912). Les recerques de Heaviside estigueren sempre lligades a l'electromagnetisme i s'hi interessà tant des del punt de vista del físic com de l'enginyer. Un estudi aprofundit d'electromagnetisme en l'últim terç del segle XIX implicava el coneixement dels mètodes matemàtics més recents de l'època però, com ell mateix diu, només li havien ensenyat àlgebra elemental i trigonometria. Aquest fet, unit a l'absència d'estudis superiors, faran que els mètodes i conceptes que Heaviside aprengui de manera autodidacta en els llibres de matemàtiques superiors siguin per ell transformats de manera singular per tal que li siguin útils en la seva recerca electromagnètica personal.

Amb aquesta idea d'ajustar el mètode matemàtic a l'objecte o al problema físic en estudi, Heaviside confeccionarà un mètode singular de càlcul per resoldre equacions diferencials; és l'anomenat «càlcul operacional», antecedent de l'actual mètode de transformades de Laplace i un càlcul vectorial algebraicodiferencial amb el qual reescriu el llibre de Maxwell i que és la manera en què avui es presenta.

El mètode de resolució d'equacions diferencials consisteix en una substitució de la derivació temporal per un símbol  $p$  que actua com un element algebraic, de manera que això li permet transformar l'equació diferencial en una equació algebraica. Aquest procés de transformació algebraica per resoldre equacions diferencials lineals ja l'havien practicat anteriorment Cauchy i Boole entre d'altres. Heaviside havia estudiat el llibre de Boole però ara Heaviside adapta el mètode al seu estudi particular dels circuits elèctrics lligats a problemes de retransmissió de senyals. Amb aquest propòsit introdueix el símbol  $\mathbf{1}$ , que no és el número 1, sinó un símbol funcional que per a  $t < 0$  val 0 i que per a  $t > 0$

val 1. Aquest **1** és el que avui anomenem *funció esglaó de Heaviside*, que tindrà un paper clau en la seva teoria d'operadors.

La producció matemàtica de Heaviside estava sempre guiada per la física; Heaviside no es va preocupar mai de trobar demostracions rigoroses d'allò que introduïa; del rigor matemàtic pensava que actuava com una barrera que frena el desenvolupament dels nous conceptes i mètodes que sorgien de manera procedent en l'estudi del món físic. Per Heaviside, la prova de foc que el seu mètode operacional era vàlid era que els resultats de les equacions concordaven amb allò que observava que passava. Aquesta manera de treballar de Heaviside va exasperar els matemàtics de Cambridge, els quals li van negar la publicació de la tercera part de la seva teoria d'operadors simbòlics en els *Proceedings* de la Royal Society. W. Burnside n'era llavors el *referee* i va escriure que els resultats de Heaviside podien ser certs o no ser-ho, però que el camí seguit per obtenir-los feia que no tinguessin cap valor. Heaviside es va sentir molt molest pel rebuig oficial dels matemàtics de Cambridge i sempre que va poder va fer corrosius comentaris al tractament rigorista de la matemàtica. S'ha fet famós el següent comentari del 1894, on es pregunta si hom ha de deixar de menjar pel fet que no compregui prou bé el procés digestiu: «I suppose all workers in mathematical physics have noticed how the mathematics seems made for the physics, the latter suggesting the former... This is really the case with resistance operators. It is a fact that their use frequently effects great simplifications and the avoidance of complicated evaluations of definite integrals. But then the rigorous logic of the matter is not plain! Well, what of that? Shall I refuse my dinner because I do not fully understand the process of digestion? No, not if I am satisfied with the result.» (Heaviside, 1971, vol. II, pàg. 9).

Va ser precisament a causa dels èxits obtinguts per Heaviside en aplicar el seu mètode operacional a la resolució de problemes relacionats amb circuits elèctrics i de transmissió de senyals que a partir de la segona dècada del segle XX es renovés l'interès dels matemàtics i dels enginyers per cercar-ne una teoria matemàtica rigorosa. En aquesta línia d'investigació a treballar el matemàtic anglès T. J. Bromwich, qui, utilitzant tècniques d'integració en el camp complex, acabà trobant els resultats que Heaviside

havia descobert experimentalment. L'any 1919, Bromwich va escriure una carta a Heaviside on li deia que considerava la seva (referint-se a Heaviside) manera de treballar amb els operadors com la més útil per a l'enginyer i que la introducció de les integrals de contorn servien per convèncer els més puristes dels matemàtics que el  $p$ -mètode té un fonament matemàtic sòlid. Heaviside li contestà que s'alegrava que per fi algú que era matemàtic s'adonés de la importància del càlcul operacional... però li aconsellava que no es preocupés més de convèncer els «caps de fusta» dels rigoristes... i afegí que, com deia Lord Rayleigh: «la lògica és l'última cosa de què hom s'ha de preocupar».

Un exemple senzill de càlcul operacional a l'estil Heaviside seria com segueix: la resolució d'una equació diferencial lineal associada a un circuit elèctric que conté una resistència  $R$ , una impedància  $L$  en sèrie, i que a partir d'un cert moment ( $t = 0$ ) actua una f. e. m.  $E$  (constant),  $c(t)$  representa la intensitat del corrent elèctric.

$$L \frac{dc}{dt} + Rc = E. \quad (1)$$

Heaviside expressa matemàticament que a partir de  $t = 0$  actua la f. e. m. constant  $E$  mitjançant el símbol **1**. El que vol és aconseguir que la igualtat  $L \frac{dc}{dt} + Rc = E$  esdevingui una simple relació del tipus  $Rc = E$  (lleï d'Ohm) aplicable en el cas en què només hi ha resistència. Introdueix el símbol  $p$  per indicar la derivació temporal,

$$Lpc + Rc = E.$$

Aquesta és ja una equació algebraica de primer grau en la incògnita  $c$ ; treu, doncs,  $c$  factor comú i queda l'expressió

$$(Lp + R)c = E. \quad (2)$$

amb aspecte semblant a la llei d'Ohm si s'interpreta el factor  $Lp + R$  com una resistència generalitzada. Heaviside en diu *operador de resistència*. Llavors

$$c = \frac{E}{Lp + R}.$$

Ara cal, però, donar un significat a aquesta divisió simbòlica i aquest és el punt clau del mètode; això ho fa per analogia amb la divisió

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots \quad (3)$$



$$\begin{aligned} \frac{1}{Lp + R} &= \frac{1}{Lp} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R}{Lp}} = \\ &= \frac{1}{Lp} \left( 1 - \frac{R}{Lp} + \frac{R^2}{L^2 p^2} - \frac{R^3}{L^3 p^3} + \dots \right). \quad (4) \end{aligned}$$

Cal ara dir què significa el símbol  $\frac{1}{p}$  i les successives potències  $\frac{1}{p}, \frac{1}{p^2}, \frac{1}{p^3} + \dots$ . Per analogia amb el producte  $p \cdot \frac{1}{p} = 1$ , Heaviside els atribueix el significat següent:

$$\frac{1}{p} \mathbf{1} = \int_0^t 1 dt = t \text{ per } t \geq 0 \text{ i és } 0 \text{ per } t \leq 0,$$

$$\frac{1}{p^2} t = \frac{1}{p} \left( \frac{1}{p} t \right) = \int_0^t t dt = \frac{t^2}{2}$$

per a  $t \geq 0$  i és 0 per a  $t \leq 0$ , etc.

Llavors, tenint en compte que per Heaviside la  $E$  de (1) és  $\mathbf{1} \cdot E$ , el càlcul de  $c(t)$  és com segueix:

$$\begin{aligned} \frac{1}{Lp + R} \mathbf{1} &= \frac{1}{Lp} \left( 1 - \frac{R}{L} t + \frac{R^2}{L^2} \frac{t^2}{2} - \frac{R^3}{L^3} \frac{t^3}{3!} + \dots \right) = \\ &= \frac{1}{L} \int_0^t e^{-\frac{R}{L} t} dt = \frac{1}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right) \end{aligned}$$

i, per tant, el corrent  $c(t)$  és

$$c(t) = \frac{E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right).$$

En general el mètode operacional de Heaviside consisteix a reduir les equacions diferencials a expressions simbòliques del tipus

$$Z(p)c(t) = E(t),$$

una mena de llei d'Ohm generalitzada on  $Z(p)$  és anomenat *operador de resistència*. La qüestió és sempre la de donar significat matemàtic a  $[Z(p)]^{-1}$  per tal de poder trobar

$$c(t) = [Z(p)]^{-1} E(t)$$

i per fer-ho utilitza els desenvolupaments en sèrie de potències del símbol  $p$ , fins i tot utilitza sèries divergents. En el cas concret en què  $[Z(p)]^{-1}$  és una funció racional de  $p$  Heaviside troba allò que avui coneixem com la fórmula d'expansió de Heaviside.

En un problema relacionat amb la generació d'una ona de difusió, Heaviside es troba amb desenvolupaments en sèrie en els quals les potències de  $p$  són fraccionàries (Heaviside, 1971,

vol. II, pàg. 286). Llavors té necessitat d'atribuir un significat a  $p^{1/2} \mathbf{1}$ . Heaviside atribueix un significat a  $p^{1/2} \mathbf{1}$  a partir de la comparació de dues resolucions d'un mateix problema físic (difusió de la calor en una barra). En un cas aplica el mètode de Fourier i en l'altre els seus desenvolupaments simbòlics, i així arriba a les dues igualtats:

$$C_0 = \left( \frac{Sp}{R} \right)^{1/2} V_0 \quad \text{i} \quad C_0 = \left( \frac{S}{R\pi t} \right)^{1/2} V_0.$$

I conclou que a fi que coincideixin cal definir l'acció de l'operador simbòlic  $p^{1/2}$  sobre  $\mathbf{1}$  mitjançant la igualtat  $p^{1/2} \mathbf{1} = (\pi t)^{-1/2}$  (Heaviside, 1971, vol. II, pàg. 35). En un altre dels seus treballs li cal donar un significat a la derivada de  $\mathbf{1}$  en el zero i ho fa de tal manera que estableix un clar precedent de la delta de Dirac. Val la pena llegir atentament les pròpies paraules de Heaviside (EMT, 1971, vol. II, pàg. 55): «We have to note that if  $Q$  [càrrega elèctrica] is any function of the time, then  $pQ$  is its rate of increase. If, then, as in the present case,  $Q$  is zero before and constant after  $t = 0$ ,  $pQ$  is zero except when  $t = 0$ . It is then infinite. But its total amount is  $Q$ . That is to say,  $p\mathbf{1}$  means a function of  $t$  which is wholly concentrated at the moment  $t = 0$ , of total amount 1. It is an impulsive function, so to speak. The idea of an impulse is well known in mechanics, and it is essentially the same here. Unlike the function  $p^{1/2} \mathbf{1}$ , the function  $p\mathbf{1}$  does not involve appeal either to experiment or to generalised differentiation, but involves only the ordinary ideas of differentiation and integration pushed to their limit».

Quan Heaviside va estudiar el *Tractat sobre electricitat i magnetisme* de Maxwell va trobar que el llenguatge matemàtic emprat per Maxwell era massa enrevessat; sobretot el molestava aquella cosa anomenada «quaternió». Es va proposar llavors modificar el llenguatge quaterniònic. Els quaternions són expressions del tipus  $a + bi + dj + dk$  on  $a, b, c$  i  $d$  són nombres reals i  $i, j$  i  $k$  són entitats imaginàries amb les regles següents de multiplicació:

$$\begin{aligned} i^2 = j^2 = k^2 &= -1 & ij = -ji = k \\ jk = -kj = i & & ki = -ik = j. \end{aligned}$$

L'àlgebra de quaternions creada per Hamilton el 1843 va representar una autèntica revolució en el món matemàtic del segle XIX. Es tractava

d'uns nombres amb representació quadridimensional amb producte no commutatiu. Heaviside no els va trobar convenients per representar les entitats electromagnètiques i per això va decidir modificar la teoria quaterniònica donant entitat pròpia a la part vectorial del quaternió. Va construir un càlcul amb vectors definint la suma i producte per escalars i afegint-hi dos productes més, «el producte escalar» i «el producte vectorial». Aquesta desconstrucció dels quaternions va esverar G. Tait, el matemàtic company de Hamilton defensor a ultrança dels quaternions. La polèmica estava encetada i va ser llarga. Al mateix temps que Heaviside a Anglaterra estava elaborant el càlcul vectorial, als Estats Units el professor J. W. Gibbs, de la Universitat de Yale, independentment de Heaviside i també intentant eliminar els quaternions del *Treatise* de Maxwell, n'estava elaborant un de semblant, i Heaviside ho va saber perquè el mateix Gibbs li va enviar uns apunts del seu càlcul vectorial; Heaviside dona compte d'aquest fet a un dels seus articles. En aquest cas, però, no es va encetar cap polèmica entre Gibbs i Heaviside, però sí que va haver-hi polèmica entre Gibbs i Tait. Si esteu interessats en aquesta polèmica quaterniònica llegiu García Doncel, 1984.

Utilitzant el càlcul vectorial, Heaviside va aconseguir reduir les tretze equacions fonamentals de Maxwell a només quatre equacions. La versió vectorial del *Treatise* de Maxwell es deu a Heaviside i el càlcul vectorial de Heaviside (o Gibbs) és avui emprat per físics, enginyers i geòmetres.

Heaviside estava només interessat per l'electricitat i el magnetisme però, amb rigor o sense, va fer moltes matemàtiques al llarg de la seva vida i ell mateix estava ben convençut del poder de la matemàtica en la recerca del coneixement de les lleis físiques.

### Bibliografia

- [1] GARCÍA DONCEL, M. «Orígens físics de l'anàlisi vectorial». A: *El desenvolupament de les matemàtiques al segle XIX*. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans, Arxius de la secció de Ciències; LXXV, 1984.
- [2] HEAVISIDE, O. *Electrical papers*. Nova York: Chelsea Publishing Company, 1970.
- [3] HEAVISIDE, O. *Electromagnetic theory*. Nova York: Chelsea Publishing Company, 1971.
- [4] NAHIN, P. J. *Oliver Heaviside*. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 2002.

Eduard Recasens Gallart  
UPC

## Webs de matemàtiques

### The MacTutor History of Mathematics Archive

Durant molts anys m'ha encuriós, en caminar pel passadís de davant el deganat de la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la UPC, un full penjat al suro d'anuncis amb el «matemàtic del dia». Aquest full, canviat cada dia, conté la imatge d'un matemàtic de qui és l'aniversari o bé del seu naixement, o bé de la seva mort. Per exemple, avui 31 de maig, és l'aniversari de la mort d'en Galois, mort el 31 de maig de 1832.

Aquest full amb el matemàtic del dia està extret d'una exhaustiva base de dades de matemàtiques anomenada The MacTutor History of Mathematics Archive (<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/>), ubicada a la pàgina web del Departament de Matemàtiques i Informàtica

de la Universitat de St. Andrews, a l'est d'Escòcia. Aquesta base de dades és monumental, i conté les dades de la gran majoria de matemàtics, vius o morts, d'una certa rellevància.

La búsqueda dins la base de dades es pot fer per biografies, o per branca de les matemàtiques. Es pot buscar els matemàtics per lloc de naixement, i així podem saber, per exemple, que Abraham bar Hiyya Ha-Nasi va néixer a Barcelona l'any 1070. Podem buscar per matemàtiques de la Xina, de l'Índia o de l'antiga Babilònia. Podem buscar les dones matemàtiques de la història, o també podem buscar l'índex de corbes famoses i els matemàtics que les van estudiar. Una base de dades completíssima.

Però la joia de la corona dins aquesta web, que la fa d'una importància extrema, és l'exhaustiva llista de biografies de matemàtics. Tant es pot buscar pel cognom, com per l'any de naixement. Aquí podem consultar les biografies de tots els matemàtics coneguts i de molts de no tan coneguts. Per exemple, aquí podem comprovar que Klein es va casar amb la néta del filòsof Hegel. Aquí podem llegir, per exemple, com Newton va recomanar MacLaurin per a la plaça de professor a la Universitat d'Edimburg. Fets com que el descobridor de la llei d'Ohm (el físic Georg Ohm) tenia un germà matemàtic (Martin Ohm) que va dirigir la tesi de Lipschitz. O també podem aprendre que Jean-Pierre Serre (potser el matemàtic més important viu ara mateix) és nascut als Països Catalans, a Bages, al sud de Perpinyà (Catalunya del Nord).

A la base de dades hi ha vuit Bernoullis, entre ells els famosos germans Jacob i Johann, i a la biografia d'en Johann podem descobrir que, tot i sent de Basel (Basilea, Suïssa), la família Bernoulli era originària d'Àmsterdam i va haver de marxar de Flandes fugint de l'espanyol duc d'Alba, enviat per Felip II a obligar tots els seus súbdits a convertir-se al catolicisme, i els Bernoulli eren protestants. També podem comprovar com Teichmüller va formar part de

l'ofensiva que els nazis van llançar l'estiu de 1943 per recuperar posicions a la zona de Kursk (Rússia), després de la desfeta de Stalingrad, i allà morí amb trenta anys.

Òbviament, els matemàtics no viuen completament aïllats de la seva època històrica, però no deixa de ser curiós observar la seva interacció amb els fets històrics coneguts. Un últim exemple: el matemàtic Eugène Catalan, conegut pels nombres que porten el seu nom, va ser nascut a Bruges, que avui dia és a Bèlgica, però que l'any del seu naixement, 1814, formava part de l'imperi francès conquerit per Napoleó I, per tant, en Catalan es va considerar sempre francès, i visqué molts anys a París. Però, per ironies de la vida, Catalan, republicà, es va negar a jurar submissió a l'emperador Napoleó III el 1852, perdé la seva feina, i subsistí uns anys sense feina fixa fent classes particulars, fins que el 1865 agafà una feina a la Universitat de Liège, així tornà al que ja era Bèlgica, a on, havent-hi nascut, era estranger...

Curiositats com aquestes formen part de l'interessantíssima lectura de les biografies de matemàtics, de les quals en podeu trobar uns quants milers al MacTutor Archive. Lectura altament recomanada.

Josep Burillo  
UPC

## Problemes

Com ja és habitual, hem d'alegrar-nos altra vegada perquè hem rebut solucions a tots els problemes proposats en el número anterior. No només això, sinó que tant novells com veterans estan ben representats en la nòmina de solucionadors.

Agraïm a Miquel Amengual Covas, de Cala Figuera, Mallorca, les seves solucions dels problemes **A85** (solucionat també per Xavi Ros, estudiant a la FME, UPC) i **A87**, i al mateix Xavi Ros les solucions dels problemes **A86** (solucionat també per Joaquim Nadal Vidal, de Cassà de la Selva) i **A88**, així com l'enunciat del problema **A91**. En José Luis Díaz-Barrero, de la UPC, Barcelona, ens proporciona l'enunciat **A92** i també li en donem les gràcies!

El problema **A90** és la generalització a  $n$  qualsevol d'un problema proposat, per a  $n = 20$ ,  $n = 21$  i  $n = 35$  a l'activitat «Fem Matemàtiques 2009» (FEEMCAT) per a alumnes de 2n d'ESO. No s'estan pas de res aquests de la secundària!

Si treballem amb  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  o  $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ , ens facilitarem moltíssim la feina d'edició del vostre treball, tot i que aportacions en qualsevol altre format, inclosos els manuscrits, també seran ben rebudes. Les adreces de correu per enviar-nos-les són [cromero@xtec.cat](mailto:cromero@xtec.cat) o bé [carles.romero.c@gmail.com](mailto:carles.romero.c@gmail.com). Fins a la propera!

## Problemes proposats

**A89.** (Proposat per la Redacció.) En un triangle  $\triangle ABC$ , les bisectrius interiors dels angles  $A$ ,  $B$  i  $C$  tallen els costats  $BC$ ,  $AC$  i  $AB$  en els punts  $D$ ,  $E$  i  $F$  respectivament. Siguin  $p$  i  $q$  els perímetres respectius dels triangles  $\triangle ABC$  i  $\triangle DEF$ . Demostreu que  $p \geq 2q$ . En quines condicions hi ha igualtat?

**A90.** (Proposat, de manera simplificada, a l'activitat «Fem Matemàtiques 2009» (FEEMCAT) per a alumnes de 2n d'ESO.) Considereu el joc següent: dos jugadors comencen amb  $n \geq 2$  fitxes sobre la taula i en van retirant certes quantitats alternativament, tot respectant les dues regles següents: 1) el primer jugador no se les pot endur totes en la primera tirada, i 2) a cada jugada (posterior a la primera) el jugador que té el torn ha de retirar com a mínim una fitxa i com a màxim el doble de les retirades per l'altre jugador en la tirada immediatament anterior. El joc s'acaba quan algú retira l'última fitxa de la taula, i el jugador que se la queda n'és el guanyador.

Estudieu si hi ha alguna estratègia, en funció de  $n$  i de si ets primer o segon jugador, que et

permeti guanyar sempre.

**A91.** (Proposat per Xavi Ros Otón, estudiant, FME, UPC.) Sigui  $\triangle ABC$  un triangle amb costats  $a$ ,  $b$  i  $c$ , i siguin  $p$ ,  $S$  el semiperímetre i l'àrea del triangle i  $R$  el radi de la circumferència circumscrita a aquest triangle.

a) Demostreu que  $a + b + c \leq 3\sqrt{3}R$ .

b) A partir de la desigualtat anterior, demostreu que

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{p}{S}.$$

**Nota:** L'apartat b) és un refinament del problema 2 proposat a la fase catalana de la XLIII Olimpíada Matemàtica.

**A92.** (Proposat per José Luis Díaz-Barrero, UPC, Barcelona.) Trobeu totes les ternes  $(x, y, z)$  de nombres reals positius que són solució del sistema d'equacions

$$\left. \begin{aligned} x + y + z &= 1 \\ \frac{xy}{xy + z} + \frac{yz}{yz + x} + \frac{zx}{zx + y} &= \frac{3}{4} \end{aligned} \right\}.$$

## Solucions

**A85.** (Proposat per Joaquim Nadal Vidal, IES de Cassà de la Selva.) Quatre cercles tenen diàmetres enters i el més gran d'aquests diàmetres és igual a la suma dels altres tres. Els tres cercles petits es poden posar sobre el gran de manera que cadascun dels cercles és tangent als altres tres i, en aquest cas, la part no coberta del cercle gran equival a l'àrea del cercle inscrit en un quadrat de  $4.830 \text{ cm}^2$  d'àrea. Trobeu els diàmetres d'aquests quatre cercles.

**Solució:** (Solució de Miquel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca.) Siguin  $d_1$ ,  $d_2$  i  $d_3$  els respectius diàmetres dels tres cercles petits i  $S$  el diàmetre del cercle gran. Aleshores,  $S = d_1 + d_2 + d_3$ .

L'equivalència d'àrees enunciada en el problema s'escriu

$$\pi \frac{S^2}{4} - \left( \pi \frac{d_1^2}{4} + \pi \frac{d_2^2}{4} + \pi \frac{d_3^2}{4} \right) = \pi \frac{4830}{4}$$

o, equivalentment,

$$S^2 = d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + 4.830.$$

En combinar ambdues expressions tenim

$$\begin{aligned} (d_1 + d_2 + d_3)^2 &= S^2 = \\ &= d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + 4.830. \end{aligned}$$

i, en simplificar, resulta

$$d_1 d_2 + d_2 d_3 + d_3 d_1 = 2.415.$$

Així doncs, d'acord amb les *relacions de Cardano*,  $d_1$ ,  $d_2$  i  $d_3$  són les arrels de la cúbica

$$x^3 - Sx^2 + 2.415x + P = 0 \quad (1)$$

en la qual  $P = d_1 d_2 d_3$ . Observeu que  $P$  és un nombre enter perquè  $d_1$ ,  $d_2$  i  $d_3$  ho són.

D'altra banda, atesa la posició dels quatre cercles quan cadascun és tangent als altres tres, pel *teorema del cercle de Descartes*, el diàmetre del cercle gran és igual a

$$S = \frac{d_1 d_2 d_3}{2\sqrt{d_1 d_2 d_3 (d_1 + d_2 + d_3)} - (d_1 d_2 + d_2 d_3 + d_3 d_1)},$$



és a dir que

$$S = \frac{P}{2\sqrt{PS} - 2415},$$

relació que escrivim com una equació quadràtica en  $P$ :

$$P^2 - 2S(2S^2 - 2415)P + (2415S)^2 = 0, \quad (2)$$

el discriminant de la qual,

$$\Delta = 16S^4(S^2 - 2415),$$

ha de ser un quadrat perfecte per tal que  $P$ , com s'ha dit, sigui un nombre enter. Això imposa que  $S^2 - 2415 = u^2$ , amb  $u$  un nombre enter.

Si escrivim aquesta equació en la forma  $S^2 - u^2 = 2415$ , observarem que el primer membre és una diferència de quadrats i, per tant, es pot posar en la forma  $(S + u)(S - u) = 2415$ . Com que  $S + u$  i  $S - u$  han de ser naturals, poden prendre tants valors com possibles descomposicions en producte de dos factors positius del nombre 2415 i, com que  $2415 = 3 \cdot 7 \cdot 23$ , tenim  $2415 = 2415 \cdot 1 = 805 \cdot 3 = 483 \cdot 5 = 345 \cdot 7 = 161 \cdot 15 = 115 \cdot 21 = 105 \cdot 23 = 69 \cdot 35$ ; per trobar els valors de  $S$  és suficient resoldre els vuit sistemes:

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} S + u = 2415 \\ S - u = 1 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} S + u = 805 \\ S - u = 3 \end{array} \right\} \\ \\ \left. \begin{array}{l} S + u = 483 \\ S - u = 5 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} S + u = 345 \\ S - u = 7 \end{array} \right\} \\ \\ \left. \begin{array}{l} S + u = 161 \\ S - u = 15 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} S + u = 115 \\ S - u = 21 \end{array} \right\} \\ \\ \left. \begin{array}{l} S + u = 105 \\ S - u = 23 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} S + u = 69 \\ S - u = 35 \end{array} \right\}, \end{array}$$

els quals donen els valors següents per a  $S$ :

$$1.208, 404, 244, 176, 88, 68, 64 \text{ i } 52.$$

Ara, en substituir-los a (2), obtenim els respectius valors admissibles de  $P$  següents:

$$1.208, 3.636, 6.100, 8.624, 19.800, \\ 29.988, 33.856 \text{ i } 63.700.$$

Finalment, es comprova que, de tots els parells  $(S, P)$ ,

$$(1.208, 1.208), (404, 3.636), (244, 6.100), (176, 8.624), \\ (88, 19.800), (68, 29.988), (64, 33.856), (52, 63.700)$$

l'únic que fa que (1) tingui solucions enteres és  $(88, 19.800)$ , això és, 15, 33 i 40.

Així, les longituds dels diàmetres demanats són

$$15 \text{ cm}, 33 \text{ cm}, 40 \text{ cm} \text{ i } 88 \text{ cm}.$$

**A86.** (Proposat per Enric Ventura, UPC, Manresa.) Considereu el conjunt de punts enters del pla,  $\mathbb{Z}^2$ , i la quadrícula de rectes horitzontals i verticals que els uneix. Trobeu una fórmula explícita que compti la quantitat total de camins que es poden seguir per la xarxa esmentada, començant i acabant a l'origen, i en funció de la seva longitud  $n$  (s'entén per longitud d'un camí la quantitat de segments de llargada 1 que travessa, ja siguin horitzontals o verticals, i en qualsevol sentit; per exemple,  $\llcorner\rightarrow, \uparrow, \leftarrow, \leftarrow, \rightarrow, \downarrow\gg$  té longitud 6).

**Solució 1:** (Solució del proponent.) Un camí per la xarxa bidimensional entera, des de l'origen i de longitud  $n$  és simplement una seqüència ordenada de  $n$  símbols del conjunt  $\{\rightarrow, \leftarrow, \uparrow, \downarrow\}$ . El camí serà tancat (és a dir, s'acabarà altre cop a l'origen) si la quantitat total de  $\llcorner\rightarrow\gg$  coincideix amb la quantitat de  $\llcorner\leftarrow\gg$ , i la de  $\llcorner\uparrow\gg$  coincideix amb la de  $\llcorner\downarrow\gg$ . Per tant, d'entrada, no hi ha cap camí tancat de longitud  $n$  senar.

Suposem, doncs, que  $n$  és parell i considerem el conjunt de posicions  $\mathcal{P} = \{1, 2, \dots, n\}$ . Siguin  $S, T \subset \mathcal{P}$  dos subconjunts tals que  $|S| = |T| = \frac{n}{2}$ . A partir d'ells, definim  $A = S \cap T$ ,  $B = S \setminus (S \cap T)$ ,  $C = T \setminus (S \cap T)$  i  $D = \mathcal{P} \setminus (S \cup T)$ . I, començant a l'origen, considerem ara el camí  $\gamma$  de longitud  $n$  que consisteix a posar  $\llcorner\rightarrow\gg$  a les posicions de  $A$ ,  $\llcorner\leftarrow\gg$  a les de  $D$ ,  $\llcorner\uparrow\gg$  a les de  $B$  i  $\llcorner\downarrow\gg$  a les de  $C$ . Com que

$$|B| = |S \setminus (S \cap T)| = \\ \frac{n}{2} - |S \cap T| = |T \setminus (S \cap T)| = |C|$$

i

$$|A| = |S \cap T| = \frac{n}{2} - |B| = \frac{n}{2} - |C| = |D|$$

és clar que el camí  $\gamma$  és tancat. Aquesta construcció dóna, doncs, una aplicació  $(S, T) \mapsto \gamma$  del conjunt de parelles ordenades  $(S, T)$  de subconjunts de  $\mathcal{P}$  de cardinal  $n$ , al conjunt de camins tancats de longitud  $n$ . Pensant un moment, es veu que és injectiva. I també exhaustiva.

Per tant, hi ha tants camins tancats de longitud  $n$  com parelles ordenades de subconjunts de  $\mathcal{P}$  de cardinal  $n$ . És a dir,

$$\binom{n}{\frac{n}{2}}^2.$$

**Solució 2:** (Solució de Xavi Ros Otón, estudiant, FME, UPC.)

Entendrem un camí a  $\mathbb{Z}^2$  com un vector  $(c_1, \dots, c_n)$  amb  $c_i \in \{\uparrow, \downarrow, \leftarrow, \rightarrow\}$ . Siguin  $n_1, n_2, n_3$  i  $n_4$  el nombre de  $c_i$  que són  $\uparrow, \downarrow, \leftarrow$  i  $\rightarrow$  respectivament. Notem que  $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = n$ , i si volem que el camí acabi al mateix punt en què comença,  $n_1 = n_2$  i  $n_3 = n_4$  (i, per tant,  $n$  ha de ser parell).

Fixat  $k$ , si  $n_1 = k$ , aleshores  $n_2 = k$  i  $n_3 = n_4 = \frac{n}{2} - k$ , i el nombre de camins en què  $n_1 = k$  és el nombre de combinacions amb repeticions  $n_1, n_2, n_3, n_4$ , és a dir,

$$\frac{n!}{n_1!n_2!n_3!n_4!} = \frac{n!}{(k!)^2 \left(\left(\frac{n}{2} - k\right)!\right)^2}.$$

Així, doncs, el nombre total de camins serà zero si  $n$  és senar i

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{n/2} \frac{n!}{(k!)^2 \left(\left(\frac{n}{2} - k\right)!\right)^2} &= \\ &= \sum_{k=0}^{n/2} \binom{n}{n/2} \binom{n/2}{k}^2 = \\ &= \binom{n}{n/2} \sum_{k=0}^{n/2} \binom{n/2}{k}^2 = \\ &= \binom{n}{n/2}^2 \end{aligned}$$

si  $n$  és parell, on hem usat que  $\sum_{k=0}^t \binom{t}{k}^2 =$

$$\binom{2t}{t}.$$

En el cas més general de camins a  $\mathbb{Z}^r$ , s'obté un resultat similar: el nombre de camins és zero si  $n$  és senar i

$$\begin{aligned} \sum_{n_1 + \dots + n_r = n/2} \frac{n!}{(n_1!)^2 \dots (n_r!)^2} &= \\ &= \binom{n}{n/2} \sum_{n_1 + \dots + n_r = n/2} \binom{n/2}{n_1, \dots, n_r}^2 \end{aligned}$$

si  $n$  és parell, on els termes  $\binom{m}{m_1, \dots, m_r}$  són els coeficients multinomials.

**A87.** (Proposat per Xavi Ros Otón, estudiant, FME, UPC.) Si  $A, B$  i  $C$  són els angles d'un triangle, proveu que

$$0 < \frac{\sin A + \sin B + \sin C}{\cos A + \cos B + \cos C} < 2.$$

**Solució:** (Solució de Miquel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca.) Designarem els tres costats de  $\triangle ABC$  per  $a, b$  i  $c$ . Es representarà per  $R$  el radi de la circumferència circumscrita al triangle, per  $r$  el radi de la circumferència inscrita i  $s$  serà el semiperímetre.

Atès que  $\sin A + \sin B + \sin C = \frac{s}{R}$  i que  $\cos A + \cos B + \cos C = \frac{R+r}{R}$ , es tracta de provar que

$$0 < \frac{s}{R+r} < 2.$$

La desigualtat de l'esquerra és clara. Per provar la de la dreta, escrivim  $s, r$  i  $R$  en funció de  $x = s - a, y = s - b$  i  $z = s - c$ . Observeu que  $x, y$  i  $z$  són nombres positius i representen els segments que la circumferència inscrita al triangle  $\triangle ABC$  determina sobre els seus costats.

Obtenim

$$\begin{aligned} s &= x + y + z \\ r &= \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}} = \sqrt{\frac{xyz}{x+y+z}} \\ R &= \frac{abc}{4rs} = \frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{4\sqrt{xyz(x+y+z)}}. \end{aligned}$$

Amb la substitució indicada, la desigualtat  $\frac{s}{R+r} < 2$ , que és equivalent a  $\frac{s}{2} < R+r$ , s'escriu

$$\begin{aligned} \frac{x+y+z}{2} &< \frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{4\sqrt{xyz(x+y+z)}} + \\ &+ \sqrt{\frac{xyz}{x+y+z}} \end{aligned}$$

o, el que és el mateix,

$$\begin{aligned} 2(x+y+z)\sqrt{xyz(x+y+z)} &< \\ &< (x+y)(y+z)(z+x) + 4xyz, \end{aligned}$$

de la qual, elevant al quadrat, en resulta

$$\begin{aligned} 4xyz(x+y+z)^3 &< \\ &< [(x+y)(y+z)(z+x) + 4xyz]^2, \end{aligned}$$

equivalent a l'anterior.

Tot substituint  $(x + y + z)^3$  per  $x^3 + y^3 + z^3 + 3(x + y)(y + z)(z + x)$ , desenvolupant el quadrat i simplificant, obtenim

$$\begin{aligned} & 4xyz(x^3 + y^3 + z^3) + \\ & + 4xyz(x + y)(y + z)(z + x) < \\ & < [(x + y)(y + z)(z + x)]^2 + 16x^2y^2z^2. \end{aligned}$$

Ara fem la substitució

$$\begin{aligned} & (x + y)(y + z)(z + x) = \\ & = \sum_{\substack{\alpha, \beta \in \{x, y, z\} \\ \alpha \neq \beta}} \alpha^2\beta + 2xyz \end{aligned}$$

i simplifiquem. El resultat és

$$4xyz(x^3 + y^3 + z^3) < \left(\sum \alpha^2\beta\right)^2 + 12x^2y^2z^2$$

i, atès que

$$\begin{aligned} & \left(\sum \alpha^2\beta\right)^2 = \sum \alpha^4\beta^2 + \\ & + 2xyz \sum \alpha^2\beta + 2(x^3y^3 + y^3z^3 + z^3x^3) + \\ & + 2xyz(x^3 + y^3 + z^3) + 6x^2y^2z^2, \end{aligned}$$

la desigualtat anterior es pot escriure equivalentment en la forma

$$\begin{aligned} 0 < & \sum_{\substack{\alpha, \beta, \gamma \in \{x, y, z\} \\ \alpha \neq \beta \neq \gamma \neq \alpha}} \alpha^4(\beta - \gamma)^2 + \\ & + 2(x^3y^3 + y^3z^3 + z^3x^3) + 2xyz \sum \alpha^2\beta + \\ & + 18x^2y^2z^2, \end{aligned}$$

la qual és clar que és certa.

Vegem, finalment, que els coeficients de l'enunciat, 0 i 2, són els millors:

Si fem tendir  $c$  a zero, llavors  $s = \frac{a + b + c}{2}$  tendeix a  $\frac{2R + 2R + 0}{2} = 2R$  i  $r$  tendeix a zero. Per tant, la desigualtat

$$\frac{s}{R + r} < 2$$

no es pot millorar.

D'altra banda, considerant un triangle en el qual  $a + b$  tendeix a  $c$ , llavors  $s = \frac{a + b + c}{2}$  tendeix a  $\frac{c + c}{2} = c$ ,  $r$  tendeix a zero i  $R$  tendeix a infinit, amb la qual cosa es veu que la desigualtat

$$0 < \frac{s}{R + r}$$

tampoc no es pot millorar.

**A88.** (Proposat per José Luis Díaz-Barrero, UPC, Barcelona.) Sigui  $0 < \alpha < 1$  un nombre real amb  $\frac{1}{1 - \alpha} > k$ ,  $1 \leq k \leq n$ . Calculeu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n \left( \frac{k^2\alpha^2 + n^2}{n^2} \right)^{\frac{k\alpha + n}{n^2}}.$$

**Solució:** (Solució de Xavi Ros Otón, estudiant, FME, UPC.)

Sigui  $L$  el límit que volem calcular, el qual calcularem per tot  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

Si  $\alpha \neq 0$ , tenim que

$$\log L = \lim_{n \rightarrow \infty} \log \prod_{k=1}^n \left( \frac{k^2\alpha^2 + n^2}{n^2} \right)^{\frac{k\alpha + n}{n^2}} =$$

$$\begin{aligned} & = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k\alpha + n}{n^2} \log \left( \frac{k^2\alpha^2 + n^2}{n^2} \right) = \\ & = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left( 1 + \frac{k\alpha}{n} \right) \log \left[ 1 + \left( \frac{k\alpha}{n} \right)^2 \right] = \\ & = \frac{1}{|\alpha|} \int_0^\alpha (1 + x) \log(1 + x^2) dx = \\ & = \frac{1}{|\alpha|} \left[ \frac{1}{2}(1 + x)^2 \log(1 + x^2) - \right. \\ & \quad \left. - \frac{x^2}{2} - 2x + 2 \arctan x \right]_0^\alpha = \\ & = \frac{1}{2|\alpha|} (1 + \alpha)^2 \log(1 + \alpha^2) - \frac{|\alpha|}{2} - \\ & \quad - 2\text{sign}(\alpha) + \frac{2 \arctan \alpha}{|\alpha|} \end{aligned}$$

ja que la funció  $(1 + x) \log(1 + x^2)$  és contínua i

$$\frac{|\alpha|}{n} \sum_{k=1}^n \left( 1 + \frac{k\alpha}{n} \right) \log \left[ 1 + \left( \frac{k\alpha}{n} \right)^2 \right]$$

n'és la *suma de Riemann* associada a la partició  $\{0, \dots, \frac{k\alpha}{n}, \dots, \alpha\}$ .

Per tant,

$$L = \begin{cases} (1 + \alpha^2)^{\frac{(1+\alpha)^2}{2|\alpha|}} e^{-\frac{|\alpha|}{2} - 2\text{sign}(\alpha) + \frac{2 \arctan \alpha}{|\alpha|}} & \text{si } \alpha \neq 0 \\ 1 & \text{si } \alpha = 0. \end{cases}$$

### Comentari: (Redacció)

Si tenim en compte les restriccions de l'enunciat per a  $\alpha$ , aleshores  $\frac{k-1}{n} < \frac{k\alpha}{n} < \frac{k}{n}$ ,  $1 \leq k \leq n$ , i resulta que

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{k\alpha}{n}\right) \log \left[1 + \left(\frac{k\alpha}{n}\right)^2\right]$$

és una suma de Riemann per a la funció

$$f(x) = (1+x) \ln(1+x^2)$$

com abans, però ara a l'interval  $[0, 1]$ . Per tant,

$$\begin{aligned} \log L &= \int_0^1 (1+x) \ln(1+x^2) dx = \\ &= \left[ \frac{(x+1)^2}{2} \ln(1+x^2) - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left. -2(x - \arctan x) - \frac{1+x^2}{2} \right]_0^1 = \\ &= \ln 4 + \frac{\pi-5}{2} \end{aligned}$$

i

$$L = \exp \left( \ln 4 + \frac{\pi-5}{2} \right) = 4 e^{(\pi-5)/2} \simeq 1.579,$$

amb total coherència amb la solució anterior, si hi prenem  $\alpha = 1$ .

Carles Romero

IES Manuel Blancafort, la Garriga

## Tesis

- ORIOL GUASCH I FORTUNY va llegir la seva tesi, dirigida per Ramon Codina Rovira, titulada *Computational aeroacoustics and turbulence modelling of low speed flows using subgrid scale stabilised finite element methods*, el dia 8 de novembre de 2007. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada III de la Universitat Politècnica de Catalunya.



Aquesta tesi aborda la simulació de la generació i propagació de soroll aerodinàmic dins del marc dels mètodes d'elements finits estabilitzats amb subescales. Per tal de fer-ho, es simula tant la dinàmica de fluxos no periòdics i/o turbulents com el camp acústic que aquests generen.

La metodologia d'aeroacústica computacional (CAA) proposada es basa en l'analogia acústica de Lighthill i conceptualment es pot dividir en tres fases. En la primera, es duu a terme una simulació de fluidodinàmica computacional (CFD) per tal de calcular el terme font de soroll aerodinàmic. En el cas d'un flux turbulent, s'acostumen a utilitzar els anomenats *models de remolins grans* (LES), que es basen en convolucionar les equacions de Navier-Stokes amb un filtre passa-baix, i discretitzar-les posteriorment un cop escollit un model de clausura. Tot i tractar-se d'un enfocament molt estès, el

LES presenta nombrosos problemes de caire matemàtic, com no permetre distingir clarament els errors que provenen del model físic dels que provenen de l'esquema de discretització numèrica. Com a alternativa al LES per simular fluxos turbulents, en aquesta tesi s'han emprat models d'elements finits estabilitzats mitjançant subescales (SGS). Aquests ofereixen una separació d'escales natural entre aquelles que són resolubles amb la malla discreta utilitzada i aquelles que no són capturables per la malla (subescales o escales de submalla). L'aplicació dels mètodes SGS a les equacions de Navier-Stokes permet plantejar el problema de simulació de la turbulència com un problema numèric més que no pas físic. Combinant resultats de la mecànica estadística de fluids amb resultats de la matemàtica dels mètodes numèrics, la tesi presenta una prova heurística que dona suport a la idea



que els mètodes SGS haurien de ser suficients per representar el comportament de fluxos turbulents en el subrang inercial.

La segona fase de la metodologia proposada consisteix a calcular el terme font acústica, en aquest cas la doble divergència del tensor de Lighthill. L'evolució temporal d'aquest terme s'obté de la simulació CFD i la seva transformada de Fourier permet construir una equació de Helmholtz inhomogènia, que novament es resoldrà utilitzant mètodes SGS d'elements finits. Ja que es consideren fluxos de poca velocitat, el lligam d'incompressibilitat permet calcular la doble divergència del tensor de Lighthill fent servir funcions d'interpolació lineals.

La tercera fase consisteix a avaluar el camp acústic resolent l'equació inhomogènia de Helmholtz. És un fet prou conegut que, per a nombres d'ona elevats, la forma dèbil del problema no és definida positiva, de manera que l'anomenat *error de pol·lució* apareix en la resolució numèrica de l'equació de Helmholtz. Una anàlisi de dispersió de l'*stencil* associat al problema

discret revela que l'error de pol·lució es pot atribuir al fet que les ones es propaguen amb un nombre d'ona discret diferent del continu. La diferència entre ambdós augmenta per a nombres d'ona elevats i apareix un error de fase en l'ona aproximada. Un comportament similar es pot observar en l'equació de Helmholtz convectorada, que té importància en diverses àrees de l'aeroacústica com en la generació de soroll aerodinàmic de ventiladors i compressors. Per tal de disminuir l'error de pol·lució de l'equació de Helmholtz convectorada, a la tesi es proposa un mètode SGS d'elements finits pel cas bidimensional. El mètode és formalment equivalent al mètode Galerkin Least-Squares (GLS) i la seva clau rau a trobar un paràmetre d'estabilització adequat mitjançant una anàlisi de dispersió. Es comprova que el mètode proposat millora clarament els resultats del mètode de Galerkin i que el paràmetre d'estabilització es redueix a paràmetres coneguts per l'equació de Helmholtz, en el cas en què no hi ha convecció.

- CRISTINA DALFÓ SIMÓ va llegir la seva tesi, dirigida per Francesc Comellas Padró i Miquel Àngel Fiol Mora, titulada *Estudi i dissenys de xarxes d'interconnexió: modularitat i comunicació*, el dia 19 de desembre de 2007. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada IV de la Universitat Politècnica de Catalunya.



Normalment les grans xarxes d'interconnexió o de comunicacions estan dissenyades utilitzant tècniques de la teoria de grafs. Aquest treball presenta algunes contribucions a aquest tema. Concretament, presentem dues noves operacions: el *producte jeràrquic* de grafs i el *producte Manhattan* de dígrafs. El primer és una generalització del producte cartesià de grafs i ens permet construir algunes famílies amb un alt grau de jerarquia, com l'*arbre binomial*, que és una estructura de dades molt utilitzada en algorísmica. El segon dona lloc a les conegudes *Manhattan street networks*, les quals han estat extensament estudiades i utilitzades per modelitzar alguns tipus de xarxes òptiques. En el nostre treball, definim formalment i analitzem el cas multidimensional d'aquestes xarxes. Estudiem algunes propietats dels grafs o dígrafs obtinguts mitjançant les dues operacions esmentades, especialment: els paràmetres estructurals (les propietats de l'operació, els subdígrafs in-

duïts, la distribució de graus i l'estructura de dígraf línia), els paràmetres mètrics (el diàmetre, el radi i la distància mitjana), la simetria (els grups d'automorfismes i els dígrafs de Cayley), l'estructura de cicles (els cicles hamiltonians i la descomposició en cicles hamiltonians arc-disjunts) i les propietats espectrals (els valors i vectors propis). En el darrer cas, hem trobat, per exemple, que la família dels arbres binomials tenen tots els seus valors propis diferents i «omplen» tota la recta real. A més a més, mostrem la relació del seu conjunt de vectors propis amb els polinomis de Txebixev de segona espècie. També hem estudiat alguns protocols de comunicació, com els enrutaments locals i els algorismes de difusió. Finalment, presentem alguns models deterministes (com les *xarxes Sierpinski* i d'altres), els quals presenten algunes propietats pròpies de les xarxes complexes de la vida real (com, per exemple, Internet).

- DANIEL BLASI BABOT va llegir la seva tesi, dirigida per Artur Nicolau Nos, titulada *Successions d'interpolació en certs espais de funcions*, el dia 1 de febrer de 2008. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.



Donades dues successions finites de punts  $\{z_n\}, \{w_n\}$  al disc unitat obert  $\mathbb{D}$ , el problema d'existència d'una funció analítica  $f : \mathbb{D} \rightarrow \overline{\mathbb{D}}$  amb  $f(z_n) = w_n, n = 1, \dots, N$  és considerat el primer problema d'interpolació mai estudiat. La caracterització d'aquestes successions fou obtinguda durant la primera dècada del segle XX per Nevanlinna i Pick.

Als anys cinquanta, R. C. Buck va plantejar un nou problema d'interpolació a l'àlgebra  $H^\infty$  de les funcions analítiques i acotades al disc  $\mathbb{D}$ . Una successió de punts  $\{z_n\} \subset \mathbb{D}$  es diu d'interpolació per  $H^\infty$  si per tota successió de valors acotats  $\{w_n\}$  existeix una funció  $f$  analítica i acotada a  $\mathbb{D}$  amb  $f(z_n) = w_n$  per tota  $n = 1, 2, \dots$ . L'any 1958, L. Carleson va provar una caracterització geomètrica d'aquestes successions.

En aquesta memòria estudiem i caracteritzem les successions d'interpolació en dos espais de funcions diferents. En el primer capítol, que correspon a l'article [1], estudiem les successions d'interpolació per l'espai de funcions harmòniques i positives  $h^+$ , mentre que el segon capítol presenta resultats dels articles [2] i [3], on s'estudien les successions d'interpolació per als espais de tipus Besov  $B_p(s)$ .

En el primer capítol, utilitzant la desigualtat de Harnack per a funcions harmòniques i positives al semiplà  $\mathbb{R}_+^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+$ , es planteja un problema d'interpolació en  $h^+$ . La solució d'aquest problema s'obté provant una condició que caracteritza geomètricament les successions d'interpolació en aquest espai. Així mateix, es planteja i es resol també un problema d'interpolació per a funcions holomorfes i acotades sense

zeros. El problema d'interpolació per l'espai de funcions harmòniques i positives definides al semiespai  $\mathbb{R}_+^{d+1} = \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^+$  en dimensions  $d$  majors o iguals que 2 resta com a problema obert. Obtenim, però, una condició necessària per a la interpolació que conjecturem de ser també suficient.

Al segon capítol s'estudien les successions d'interpolació per als espais de tipus Besov  $B_p(s)$  de funcions analítiques  $f$  amb

$$\int_{\mathbb{D}} |f'(z)|^p (1 - |z|^2)^{p-2+s} dA(z) < \infty,$$

per a  $1 < p < \infty$  i  $0 < s < 1$ , així com les successions d'interpolació pels corresponents espais de multiplicadors  $\mathcal{M}(B_p(s))$ . La caracterització de les successions d'interpolació en ambdós espais s'obté en termes d'una condició de separació i una altra de mesura de Carleson. Així mateix, en aquest capítol, es prova una nova caracterització dels espais de Besov  $B_p(s)$  sense utilitzar derivades i es resol el problema de la corona a l'espai  $\mathcal{M}(B_p(s))$ .

## Bibliografia

- [1] BLASI, D.; NICOLAU, A. «Interpolation by positive harmonic functions». *J. London Math. Soc.*, (2), 76 (2007), pàg. 253-271.
- [2] BLASI, D.; PAU, J. «A characterization of Besov type spaces and applications to Hankel type operators». *Michigan Math. J.*, 56, 2 (2008), pàg. 401-417.
- [3] ARCOZZI, N.; BLASI, D.; PAU, J. «Interpolating sequences on analytic Besov type spaces». *Indiana Univ. Math. J.*, 58 (2009).

- JORDI MARZO SÁNCHEZ va llegir la seva tesi, dirigida per Joaquim Ortega-Cerdà, titulada *Sampling sequences in spaces of bandlimited functions in several variables*, el dia 25 d'abril de 2008. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi de la Universitat de Barcelona.



A grans trets, una successió de mostreig per a un cert espai de funcions és una successió de punts  $(x_n)_{n \in \mathbb{Z}}$  tals que la norma de tota funció  $f$  de l'espai és equivalent a la norma de la successió que resulta d'avaluar la funció:

$$\|f\| \sim \|(f(x_n))_{n \in \mathbb{Z}}\|.$$

Són, doncs, els conjunts adequats per a discretitzar o digitalitzar un senyal continu. Al seu torn, una successió d'interpolació és tal que qualsevol problema d'interpolació es pot resoldre mitjançant una funció de l'espai. Aquest concepte està relacionat amb el fet que el senyal continu es pugui recuperar a partir de la digitalització i es pot considerar, en un cert sentit, com a dual del de mostreig.

Al primer capítol de la tesi trobem successions de mostreig i d'interpolació per a l'espai de funcions amb freqüències a una unió de traslladats d'un cub; el resultat és, doncs, una generalització del teorema de Shannon. Amb aquest resultat hom pot trobar successions de mostreig i d'interpolació amb densitat arbitràriament propera a la crítica (raó de Nyquist) per a l'espai de Paley-Wiener sobre un domini qualsevol de l'espai euclidià. L'existència d'aquestes successions demostra en particular que els resultats sobre densitats de H. J. Landau de 1967 són òptims.

A la resta de la tesi passem a estudiar les famílies de Marcinkiewicz-Zygmund (MZ) (concepte anàleg al de mostreig) i d'interpolació per a espais de polinomis a l'esfera.

Al cercle, els conjunts formats per les successives arrels de la unitat ens donen una família triangular de punts «ben distribuïts». Per a aquests es compleix que

$$\begin{aligned} \frac{A}{n} \sum_{k=0}^n |p(e^{\frac{2\pi ik}{n+1}})|^p &\leq \int_0^{2\pi} |p(e^{i\theta})|^p d\theta \leq \\ \frac{B}{n} \sum_{k=0}^n |p(e^{\frac{2\pi ik}{n+1}})|^p & \end{aligned} \quad (1)$$

per a tot polinomi  $p$  de grau  $\leq n$  amb constants  $(A, B > 0)$  independents del grau (J. Marcinkiewicz i A. Zygmund, 1937).

A la tesi trobem una nova caracterització de les famílies de MZ que ens permet obtenir tot de resultats. Per exemple: és conegut que una petita pertorbació d'una família de MZ també és de MZ però, com de gran pot ser aquesta pertorbació? En un anàleg al teorema de Kadets,

demostrarem que podem pertorbar les arrels de la unitat a (1) fins a  $1/4$  i que el resultat és òptim.

Així com pel cercle tenim fins i tot una caracterització de les famílies de MZ, en dimensions més grans les coses es compliquen. Un primer problema és que a l'esfera no hi ha famílies de punts tant «ben distribuïts» com les arrels de la unitat, cosa que es tradueix en el fet, demostrat a la tesi, que no hi ha famílies de punts que donin bases ortonormals de nuclis reproductors. Així doncs, no hi ha família de referència. Tanmateix, estudiant l'operador de concentració sobre l'esfera podem trobar condicions geomètriques necessàries si es verifica la propietat de MZ o la d'interpolació. No només no hi ha famílies que donin bases ortonormals de nuclis reproductors, sinó que no es coneix cap exemple de família que sigui de MZ i d'interpolació alhora però, podríem trobar-ne una? A la tesi demostrarem que la resposta és negativa quan  $p \neq 2$ .

Trobar punts ben distribuïts a l'esfera és un problema d'interès pràctic a diverses disciplines: meteorologia, cristal·lografia... De fet, existeixen tot de mètodes per a trobar punts (punts de Fekete, minimitzadors d'un cert potencial, esquemes aleatoris...). Un problema seria, doncs, estimar com són de bones aquestes distribucions. Atès que l'estabilitat a l'hora de recuperar un senyal a partir d'una discretització és una mesura d'aquesta bona distribució, i que aquesta és (en un cert sentit) la definició mateixa de família de MZ, a la tesi ens interessem per a trobar condicions suficients per a ser de MZ. El fet remarcable és que la condició que obtenim és força més fàcil de verificar que les ja conegudes.

Parlant d'aplicacions, estudiem també la reconstrucció d'una funció a partir de les seves integrals sobre hiperplans (transformada de Radon). Aquest problema és important, per exemple, en el domini de la tomografia computeritzada. A la tesi demostrarem que la norma de la funció de densitat a reconstruir es pot controlar (essencialment) per les projeccions, tan bon punt aquestes formin una família de MZ amb prou punts. Així doncs, aquestes famílies de punts són els bons candidats de cara a obtenir esquemes de mostreig.

La propietat de MZ diu que la norma dels polinomis és comparable (amb constants independents del grau) a la norma discreta de l'avaluació a la família de punts. Però, què podem dir sobre comparació de normes sobre conjunts

menys singulars que una unió finita de punts? Atès que aquest problema és més senzill, en aquest cas podem portar-ho més enllà i caracteritzar els conjunts pels quals tenim comparació de normes respecte a mesures molt generals, com

- LLORENÇ RUBIÓ I PONS va llegir la seva tesi, dirigida per Pere Pascual Gainza, titulada *Categories de descens: aplicacions a la teoria K algebraica*, el dia 8 de juliol de 2008. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada I de la Universitat Politècnica de Catalunya.



Aquest treball se situa en el marc de l'estudi de la cohomologia de les varietats algebraiques, i en particular en les aplicacions cohomològiques del teorema de resolució de singularitats d'Hironaka. Utilitzem la tècnica de les hiperresolucions cúbiques i el criteri d'extensió de functors de Guillén i Navarro per a definir una variant de la teoria K algebraica de les varietats sobre un cos de característica zero, que coincideix amb la teoria K per a les varietats llises i que satisfà una propietat de descens respecte als *blow-ups* abstractes.

La tècnica de les hiperresolucions cúbiques de Vicenç Navarro és un instrument alternatiu al dels hiperrecobriments simplicials de Deligne i dóna un marc general per a l'ús cohomològic del teorema d'Hironaka. Les hiperresolucions cúbiques permeten substituir una varietat, possiblement singular, per un diagrama cúbic i finit de varietats llises. Basant-se en la teoria de les hiperresolucions cúbiques, F. Guillén i V. Navarro han provat un criteri d'extensió per a functors cohomològics definits en les varietats llises a functors cohomològics definits en totes les varietats.

El criteri d'extensió de Guillén i Navarro s'aplica a functors que prenen valors en una categoria de descens. La noció de categoria de descens és una variant més rígida de la de categoria triangulada de Verdier, adaptada a la formulació de les teories cohomològiques no additives.

El primer problema que hem estudiat en el nostre treball és el de la relació entre les categories de models i les categories de descens. Les categories de models, introduïdes per Quillen, han estat profusament utilitzades en les darreres dècades com una axiomatització útil per a

les mesures doblants (resultat que es demostra que és òptim en un cert sentit). Finalment, d'aquest resultat derivem un principi d'incertesa per a polinomis a l'esfera.

fer teoria d'homotopia. Hem demostrat que les categories de models que satisfan un cert criteri d'aciclicitat tenen una estructura de categoria de descens. En particular hem demostrat que la categoria d'espectres topològics és una categoria de descens.

La teoria K algebraica d'una varietat es construeix a partir dels seus fibrats vectorials algebraics i es pot considerar com un functor  $\mathcal{K} : \mathbf{Var}(k) \rightarrow \mathbf{Sp}$  de varietats algebraiques a espectres topològics. Els grups de teoria K d'una varietat  $X$  s'obtenen a partir dels grups d'homotopia de l'espectre  $\mathcal{K}X$ ,  $K_m X = \pi_m(\mathcal{K}X)$ . Les condicions d'extensió per a la teoria K són bàsicament conseqüència dels resultats de Thomason per a la teoria K d'un *blow-up*, de manera que el teorema d'extensió és aplicable a la teoria K algebraica de les varietats llises. Així el functor  $\mathcal{K}$  admet una extensió de les varietats llises a totes les varietats. El functor estès  $\mathcal{K}\mathcal{D}$  satisfà una propietat de descens respecte als *blow-ups* abstractes, i aquesta extensió és essencialment única amb aquesta propietat. La propietat de descens significa que el functor porta un cert tipus de quadrats cartesianes de varietats a quadrats homotòpicament cartesianes d'espectres. Els quadrats homotòpicament cartesianes d'espectres donen lloc a la successió de Mayer-Vietoris i en general a certes successions espectrals.

També hem estudiat les propietats que la teoria obtinguda pel criteri d'extensió hereta de les propietats del functor sobre les varietats llises. En particular hem vist que la teoria K de descens satisfà per exemple les propietats de Mayer-Vietoris i d'invariància homotòpica.

Un functor de varietats a espectres també s'anomena *un prefix d'espectres*. Des d'aquest



punt de vista la teoria de les *cd*-topologies associades a quadrats commutatius desenvolupada per Voevodsky aplicada a l'estructura de categoria de models de prefeixos d'espectres de Jardine permet definir el reemplaçament fibrant d'un prefeix d'espectres considerant una certa topologia. Per tant, sorgeix la qüestió de comparar l'extensió de Guillén i Navarro amb el reemplaçament fibrant amb la topologia dels

*blow-ups* abstractes. Hem demostrat que, quan són comparables, coincideixen.

Hem demostrat també que la teoria K de descens és equivalent, per un resultat de Haesemeyer, a la teoria K homotòpica introduïda per Weibel. Així mateix hem demostrat que hi ha una filtració pel pes natural en els grups de teoria K de descens.

- GEMMA COLOMÉ I NIN va llegir la seva tesi, dirigida per Joan Elias Garcia, titulada *Multigraded structures and the depth of blow-up algebras*, el dia 14 de juliol de 2008. La tesi correspon al Departament d'Àlgebra i Geometria de la Universitat de Barcelona.



En àlgebra commutativa, els mòduls graduats, així com els multigraduats estàndards, han estat objecte d'estudi per a molts autors. Tot i que també es coneixen resultats per mòduls graduats noestàndard, el cas multigraduat noestàndard no és tan comú. D'altra banda, sota el nom d'àlgebres de *blow-up*, es coneixen algunes àlgebres graduades associades a un ideal d'un anell local Noetherià. Les àlgebres de *blow-up* s'utilitzen per estudiar propietats i caràcters numèrics de l'anell local i de l'ideal  $\mathfrak{i}$ , a més, tenen rellevància geomètrica.

Un primer objectiu d'aquesta tesi és contribuir al coneixement de propietats cohomològiques de mòduls multigraduats noestàndard. En una primera part considerem anells multigraduats  $S$  finitament generats sobre l'anell local  $S_0$  per elements de graus  $\gamma_1, \dots, \gamma_r$  amb  $\gamma_i = (\gamma_1^i, \dots, \gamma_i^i, \dots, 0) \in \mathbb{N}^r$  i  $\gamma_i^i \neq 0$  per a  $i = 1, \dots, r$ . En primer lloc demostrarem que la funció de Hilbert d'un  $S$ -mòdul multigraduat és quasipolinòmica en un con de  $\mathbb{N}^r$  definit pels graus. A més es satisfà la fórmula de Grothendieck-Serre en la nostra situació.

Utilitzant el comportament quasipolinòmic de la funció de Hilbert dels mòduls d'homologia de Koszul d'un  $S$ -mòdul  $M$  multigraduat respecte d'un sistema de generadors de l'ideal maximal de  $S_0$ , podem demostrar que la profunditat de les components homogènies de  $M$  és constant per a graus en una subxarxa d'un con de  $\mathbb{N}^r$ . Considerant els anells de *blow-up* multigraduats associats a ideals  $I_1, \dots, I_r$  en un anell local Noetherià  $R$ , podem demostrar que

la profunditat de  $R/I_1^{n_1} \cdots I_r^{n_r}$  és constant per a  $n_1, \dots, n_r$  prou grans.

També estudiem la profunditat dels mòduls de Veronese  $M^{(a,b)}$  per a  $\underline{a}, \underline{b}$  prou grans. En particular demostrarem en el cas quasiaestàndard (on els graus són múltiples per un escalar enter positiu dels graus estàndard), amb  $S_0$  quocient d'un anell local regular, que aquesta profunditat és constant per a  $\underline{a}, \underline{b}$  en certes regions de  $\mathbb{N}^r$ . Per arribar a aquest resultat ens cal un estudi previ dels mòduls de Veronese i de l'anul·lació de mòduls de cohomologia local. En particular demostrarem que, en el cas més general, si  $S_0$  és quocient d'un anell local regular, la profunditat generalitzada és invariant per transformacions Veronese. A més en el cas quasiaestàndard la profunditat generalitzada coincideix amb l'índex de graduació finita dels mòduls de cohomologia local respecte de l'ideal maximal homogeni.

Un segon objectiu de la tesi és l'estudi de la profunditat de les àlgebres de *blow-up* associades a un ideal. S'obtenen versions refinades de conjectures sobre la profunditat de l'anell graduat associat a un ideal. Utilitzant algunes estructures bigraduades noestàndard, es poden interpretar els enters que apareixen a la conjectura de Guerrieri i a la conjectura de Wang com a multiplicitats de mòduls bigraduats. En particular hem pogut donar resposta a una pregunta formulada per A. Guerrieri i C. Huneke el 1993. Hem demostrat que donat un ideal  $I$   $\mathfrak{m}$ -primari en un anell local  $(R, \mathfrak{m})$  Cohen-Macaulay de dimensió  $d > 0$  amb reducció minimal  $J$ , suposant que les longituds de les components homogènies

del mòdul de Valabrega-Valla de  $I$  i  $J$  siguin menors o iguals que 1, aleshores la profunditat

de l'anell graduat associat a  $I$  és major o igual que  $d - 2$ .

- JOSEP M. PALMADA PRIVAT va llegir la seva tesi, dirigida per Àngel Calsina Ballesta, titulada *Poblacions estructurades i evolució de cicles biològics: edat de maduració i temps de lisi en bacteriòfags*, el dia 14 de novembre de 2008. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.



En aquesta tesi s'estudien dos models de dinàmica de poblacions estructurades que, tot i tenir naturalesa molt diferent, tots dos fan referència a cicles biològics de la població en qüestió i es fa èmfasi en l'estudi de paràmetres que determinen aquests cicles.

La memòria està estructurada en dos capítols ben diferenciats, tot i que l'objectiu de tots dos és comú. En el primer model s'estudia una població abstracta on hi ha dos tipus d'individus: joves i adults (o no fèrtils i fèrtils respectivament). El pas de jove a adult es fa quan s'arriba a certa edat de maduració; per això la densitat de població té una doble estructura. Aquesta s'estructura tant fisiològicament (per l'edat) com fenotípicament (per l'edat de maduració, variable que es considera fixada genèticament tot i que subjecta a mutació hereditària: una variable evolutiva). Aquesta mutació es modelitza amb un operador integral. La diferència essencial entre els models anteriors i aquest és que fixada la variable evolutiva encara queda un sistema dinàmic en dimensió infinita: un model de dinàmica de poblacions estructurades en edat.

En aquest primer capítol es tracta, a part del problema d'existència i unicitat de solucions del model, l'existència de solucions estacionàries i, com a principal resultat, s'estableixen condicions suficients per garantir l'existència (i en alguns casos unicitat) d'aquestes en diferents situacions (donades per possibles expressions de la mortalitat dels individus), i l'existència d'estratègia evolutivament estable (ESS) prenent com a tret evolutiu l'edat de maduració. Es donen, també, condicions suficients per a la seva existència.

En el segon capítol s'estudia un model per

a una població de bacteris i bacteriòfags (*fags* per abreujar) lítics (és a dir, que el procés per a la seva reproducció infectant el bacteri també acaba amb la mort d'aquest) on la població de bacteris està estructurada per l'edat d'infecció per part del fag.

A part d'existència i unicitat de solucions del model biològic aquest capítol es centra en l'estudi sobre l'existència de valors d'un dels paràmetres (el període de latència o el temps que passa des que un fag envaeix un bacteri fins que aquest mor i s'alliberen els nous virus) per tal que s'optimitzi el creixement de la població de bacteriòfags. Aquest període de latència es considera de dimensió infinita en modelitzar-lo per una funció de distribució d'una variable aleatòria. Aquesta és la principal diferència entre aquest model i els que hi ha en treballs anteriors (en tots es considera el període de latència com un paràmetre unidimensional). Això porta a un problema d'optimització en dimensió infinita. Es distingeixen dos casos depenent de certes desigualtats que compleixin els diferents paràmetres del model, provant l'existència d'aquest període de latència òptim en el primer i l'existència i unicitat en el segon (d'altra banda el cas biològicament més interessant ja que la població de fags pot no extingir-se). En aquest cas també es prova que aquest òptim correspon a una delta de Dirac en un valor determinat del període de latència. Finalment es relaciona aquest període de latència òptim amb l'ESS prenent com a tret evolutiu aquest paràmetre, provant-ne l'existència i unicitat, i veient que no és cap altre que el període de latència òptim corresponent a la quantitat de bacteris constant en l'estat d'equilibri.

- MARÍA BARBERO LIÑÁN va llegir la seva tesi, dirigida per Miguel Carlos Muñoz Lecanda, titulada *Estudi geomètric de la anormalitat en problemes de control òptim per a sistemes de control i de control mecànic*, el dia 19 de desembre de 2008. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada IV de la Universitat Politècnica de Catalunya.



La teoria de control estudia les propietats d'un sistema dinàmic depenent de paràmetres que són determinats convenientment i que reben el nom de *controls*. Quan la trajectòria del sistema dinàmic que es cerca ha de minimitzar un funcional, com l'energia, la distància o el temps, ens trobem davant d'un problema de control òptim. Si mirem enrere en el temps, ens adonem que la teoria de control òptim ha existit des de fa uns quants segles. De fet, alguns consideren que el seu origen es troba en el problema de la braquistòcrona plantejat a la comunitat matemàtica per J. Bernoulli el 1696.

En general, trobar una solució d'aquests problemes no és obvi. Una tàctica habitual és reduir el nombre de possibles solucions per mitjà de les condicions necessàries d'optimalitat que proporciona el principi del màxim de Pontryagin. Aquest principi es va explicar per primer cop en el Congrés Internacional de Matemàtics el 1958, a Edimburg (Escòcia), de la mà d'un grup d'investigadors russos que treballaven a l'Institut de Matemàtiques de Steklov. El principi del màxim de Pontryagin és considerat un dels punts clau en el desenvolupament de la teoria de control òptim, tant des d'un punt de vista matemàtic, com des del punt de vista de les aplicacions en medicina, economia, enginyeria, astronàutica, etc.

Recentment, s'ha començat a aplicar la geometria diferencial per tal d'assolir una millor comprensió de tots els elements involucrats en el principi del màxim de Pontryagin. Geomètricament, aquest principi associa al problema de control òptim un problema hamiltonià, en el qual es dobla la dimensió de l'espai de configuració inicial. Les solucions d'aquest problema hamiltonià estan definides en el fibrat cotangent de l'espai de fases. Aquelles que satisfacin unes determinades condicions s'anomenen extremals i són candidates a ésser solucions del problema de control òptim.

En aquesta tesi desenvolupem una demostració completa i geomètrica del principi del màxim de Pontryagin amb el propòsit d'entendre com

la geometria diferencial pot ajudar a estudiar els diferents tipus de solucions que existeixen en un problema de control òptim. Investiguem acuradament els punts més delicats de la demostració, que, per exemple, inclouen les pertorbacions dels controls, l'aproximació lineal del conjunt de punts accessibles i la condició de separació dels anomenats cons tangents de pertorbacions que apareixen com a resultat de modificar els controls. A més a més, aquests cons tenen un paper clau en l'aproximació lineal del conjunt dels punts accessibles.

Entre totes les solucions d'un problema de control òptim, existeixen les corbes anormals. Aquestes corbes no depenen de la funció de cost la integral de la qual es vol minimitzar, sinó que només depenen de la geometria del sistema de control. En la literatura de control òptim, existeixen estudis sobre la anormalitat, tot i que només per a sistemes lineals o afins en els controls i sobretot amb funcions de cost quadràtiques en els controls. Nosaltres descrivim un mètode geomètric nou per caracteritzar tots els diferents tipus d'extremals (no només les anormals) de problemes de control òptim genèrics. Aquest mètode s'obté com una adaptació d'un algorisme de lligadures presimplèctic (Gotay, Nester, Hinds, 1978). El nostre interès en les corbes anormals és a causa de les corbes òptimes estrictament anormals, les quals també queden caracteritzades mitjançant l'algorisme descrit en aquesta tesi. L'existència de les corbes que acabem de mencionar es coneix en el problema de trobar els camins més curts en geometria subriemanniana (Montgomery, 1994; Liu, Sussmann, 1995).

Apliquem el mètode anterior per caracteritzar les extremals d'un problema de control òptim lliure, aquell on el domini de definició no està donat. En concret, els problemes de temps mínim són problemes de control òptim lliures. A més a més, som capaços de donar una corba extremal estrictament anormal aplicant el mètode descrit per a un sistema mecànic de control, però malauradament aquesta corba no és

una solució del problema ja que no minimitza la integral de la funció de cost.

Un cop la noció d'anormalitat ha estat estudiada en general, ens concentrem en l'estudi de la anormalitat per a sistemes de control mecànics, perquè no existeixen resultats sobre l'existència de corbes òptimes estrictament anormals per a problemes de control òptim associats a aquests sistemes. En aquesta tesi es donen resultats sobre les extremals anormals quan la funció de cost és quadràtica en els controls o si el funcional a minimitzar és el temps. Anant encara més enllà, la caracterització d'anormals és descrita en casos particulars mitjançant elements geomètrics com les formes quadràtiques vector valorades. Aquests elements geomètrics apareixen de manera natural com a resultat d'aplicar el mètode explicat en aquesta tesi.

També enfoquem l'estudi de la anormalitat de sistemes de control mecànics des d'un altre punt de vista que consisteix a aprofitar l'equivalència que existeix, sota determinades hipòtesis, entre els sistemes de control no holònoms i els sistemes de control cinemàtics.

Provem l'equivalència entre els problemes de control òptim associats a ambdós sistemes de control i això permet establir relacions entre les corbes extremals del problema no holònom i del cinemàtic. Aquestes relacions permeten donar, aquesta vegada sí, un exemple d'una corba òptima estrictament anormal en un problema de temps mínim per a sistemes de control mecànics. Es tracta del primer exemple amb aquestes característiques que es coneix en la literatura, al nostre millor saber i entendre.

Finalment, i deixant de banda per un moment la anormalitat, donem una formulació geomètrica dels problemes de control òptim no autònoms mitjançant la formulació unificada de Skinner-Rusk (1983), que unifica en una les formulacions lagrangianes i hamiltonianes dels sistemes mecànics. La formulació descrita en aquesta tesi és fins i tot aplicable a sistemes de control implícits que apareixen en un gran nombre de problemes de control òptim dins l'àmbit de l'enginyeria, com, per exemple, els sistemes lagrangians controlats i els sistemes descriptors.





## Combinatorial Number Theory and Additive Group Theory

**Geroldinger, A.**,  
University of Graz, Austria  
**Ruzsa, I.Z.**,  
Hungarian Academy of Sciences,  
Budapest, Hungary

This book begins with two seminars: Additive Combinatorics and non-unique factorizations; Sumsets and structure. The book then offers notes from those seminars to address the methods, techniques and problems of contemporary additive combinatorics.

Table of Contents:  
Foreword.- Preface.- I. Additive Group Theory and Non-unique Factorizations - II. Sumsets and structure.- III. Thematic seminars - Contributions by Jean Marc Deshouillers, Christian Elsholtz, Gregory A. Freiman, Yahya O. Hamidoune, Norbert Hegyvári, Gyula Károly, Melvyn B. Nathanson, Jaroslav Nešetřil, Jozsef Solymosi, Yonutz V. Stanchescu, Gilles Zémor.

2009. XI, 330 p. Softcover  
ISBN: 978-3-7643-8961-1

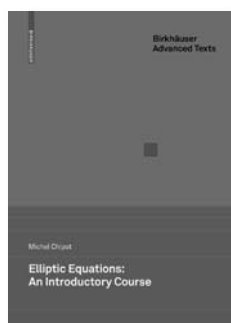


## Stable Homotopy Around the Arf-Kervaire Invariant

**Snaith, V.P.**,  
University of Sheffield, UK

This monograph describes important techniques of stable homotopy theory, both classical and brand new, applying them to the long-standing unsolved problem of the existence of framed manifolds with odd Arf-Kervaire invariant. Opening with an account of the necessary algebraic topology background, it proceeds in a quasi-historical manner to draw from the author's contributions over several decades. A new technique entitled "upper triangular technology" is introduced which enables the author to relate Adams operations to Steenrod operations and thereby to recover most of the important classical Arf-Kervaire invariant results quite simply. The final chapter briefly relates the book to the contemporary motivic stable homotopy theory of Morel-Voevodsky.

2009. XIV, 239 p. Hardcover  
ISBN: 978-3-7643-9903-0  
PM — Progress in Mathematics, Vol. 273



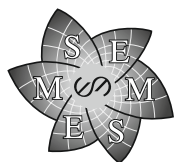
## Elliptic Equations: An Introductory Course

**Chipot, M.**,  
University of Zurich, Switzerland

Avoiding technicalities and refinements, this book introduces different topics in the theory of elliptic partial differential equations. Coverage includes singular perturbation problems, regularity theory, Navier-Stokes system, p-Laplace equation.

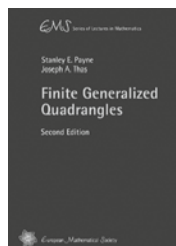
Table of Contents:  
Preface.- I. Basic techniques.- 1. Hilbert space techniques.- 2. A survey of essential analysis.- 3. Weak formulation of elliptic problems.- 4. Elliptic problems in divergence form.- 5. Singular perturbation problems.- 6. Problems in large cylinders.- 7. Periodic problems.- 8. Homogenization.- 9. Eigenvalues.- 10. Numerical computations.- II. More advanced theory.- 11. Nonlinear problems.- 12. L(infinity)-estimates.- 13. Linear elliptic systems.- 14. The stationary Navier-Stokes system.- 15. Some more spaces.- 16. Regularity theory.- 17. The p-Laplace equation.- 18. The strong maximum principle.- 19. Problems in the whole space.- A. Fixed point theorems.- Bibliography.- Index.

2009. VIII, 288 p. Hardcover  
ISBN: 978-3-7643-9981-8



# New books published by the European Mathematical Society

20% discount for individual members of  
the European, American, Australian, Canadian  
and Swiss Mathematical Societies!

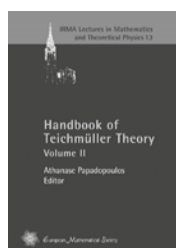


Stanley E. Payne (University of Colorado, Denver, USA), Joseph A. Thas (Ghent University, Belgium)  
**Finite Generalized Quadrangles. Second Edition** (EMS Series of Lectures in Mathematics)

ISBN 978-3-03719-061-1. 2009. 300 pages. Softcover. 17.0 x 24.0 cm. 44.00 Euro

Generalized quadrangles (GQ) were formally introduced by J. Tits in 1959 in order to describe geometric properties of simple groups of Lie type of rank 2. Since its appearance in 1984, Finite Generalized Quadrangles (FGQ) quickly became the standard reference for finite GQ. It presents the whole story of the subject from the very beginning in a book of modest length.

This second edition is essentially a reprint of the first edition. It is a careful rendering into LaTeX of the original, along with an appendix that brings to the attention of the reader those major new results pertaining to GQ, especially in those areas to which the authors of this work have made a contribution. The first edition being out of print for many years, the new edition makes again available this classical reference in the rapidly increasing field of finite geometries.

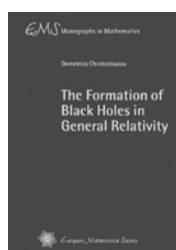


**Handbook of Teichmüller Theory, Volume II** (IRMA Lectures in Mathematics and Theoretical Physics)  
Athanasios Papadopoulos (IRMA, Strasbourg, France), Editor

ISBN 978-3-03719-055-5. 2009. 882 pages. Hardcover. 17.0 x 24.0 cm. 98.00 Euro

This multi-volume set deals with Teichmüller theory in the broadest sense, namely, as the study of moduli space of geometric structures on surfaces, with methods inspired or adapted from those of classical Teichmüller theory. The aim is to give a complete panorama of this generalized Teichmüller theory and of its applications in various fields of mathematics. The present volume has 19 chapters and is divided into four parts: The metric and the analytic theory; the group theory; representation spaces and geometric structures; the Grothendieck–Teichmüller theory.

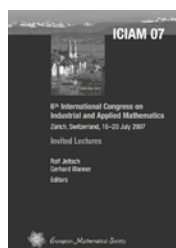
This handbook is an essential reference for graduate students and researchers interested in Teichmüller theory and its ramifications, in particular for mathematicians working in topology, geometry, algebraic geometry, dynamical systems and complex analysis.



Demetrios Christodoulou (ETH Zürich, Switzerland)  
**The Formation of Black Holes in General Relativity** (EMS Monographs in Mathematics)

ISBN 978-3-03719-068-5. 2009. 598 pages. Hardcover. 16.5 x 23.5 cm. 98.00 Euro

In 1965 Penrose introduced the fundamental concept of a trapped surface, on the basis of which he proved a theorem which asserts that a spacetime containing such a surface must come to an end. The presence of a trapped surface implies, moreover, that there is a region of spacetime, the black hole, which is inaccessible to observation from infinity. A major challenge since that time has been to find out how trapped surfaces actually form, by analyzing the dynamics of gravitational collapse. The present monograph achieves this aim by establishing the formation of trapped surfaces in pure general relativity through the focusing of gravitational waves. The theorems proved in the present monograph constitute the first foray into the long-time dynamics of general relativity in the large, that is, when the initial data are no longer confined to a suitable neighborhood of trivial data. The main new method, the short pulse method, applies to general systems of Euler–Lagrange equations of hyperbolic type. This monograph will be of interest to people working in general relativity, geometric analysis, and partial differential equations.



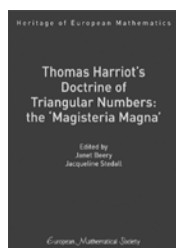
**6th International Congress on Industrial and Applied Mathematics. Zürich, Switzerland, 16–20 July 2007. Invited Lectures**

Rolf Jeltsch (ETH Zürich, Switzerland), Gerhard Wanner (Université de Genève, Switzerland), Editors

ISBN 978-3-03719-056-2. 2009. 524 pages. Hardcover. 16.5 x 23.5 cm. 108.00 Euro

The International Council for Industrial and Applied Mathematics (ICIAM) is the worldwide organisation of societies dedicated primarily or significantly to applied and/or industrial mathematics. The ICIAM Congresses, held every 4 years, are run under the auspices of the Council with the aim to advance the applications of mathematics in all parts of the world. The 6th ICIAM Congress was held in Zürich, Switzerland, 16–20 July 2007, and was attended by more than 3000 scientists from 47 countries.

This volume collects the invited lectures of this Congress, the appreciations of the ICIAM Prize winners' achievements and the Euler Lecture celebrating the 300th anniversary of Euler. The authors of these papers are leading researchers of their fields, rigorously selected by a distinguished international program committee. The book presents an overview of contemporary applications of mathematics, new perspectives and open problems.

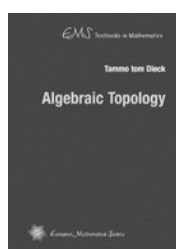


**Thomas Harriot's Doctrine of Triangular Numbers: the 'Magisteria Magna'** (Heritage of European Mathematics)

Janet Beery (University of Redlands, USA), Jacqueline Stedall (University of Oxford, UK), Editors

ISBN 978-3-03719-059-3. 2008. 144 pages. Hardcover. 17 x 24 cm. 64.00 Euro

Thomas Harriot (c.1560–1621) was a mathematician and astronomer, known not only for his work in algebra and geometry, but also for his wide-ranging interests in ballistics, navigation, and optics (he discovered the sine law of refraction now known as Snell's law). By about 1614, Harriot had developed finite difference interpolation methods for navigational tables. In 1618 (or slightly later) he composed a treatise entitled 'De numeris triangularibus et inde de progressionibus arithmetis, Magisteria magna', in which he derived symbolic interpolation formulae and showed how to use them. This treatise was never published and is here reproduced for the first time. Commentary has been added to help the reader to follow Harriot's beautiful but almost completely nonverbal presentation. The introductory essay preceding the treatise gives an overview of the contents of the 'Magisteria' and describes its influence on Harriot's contemporaries and successors over the next sixty years. Harriot's method was not superseded until Newton, apparently independently, made a similar discovery in the 1660s. The ideas in the 'Magisteria' were spread primarily through personal communication and unpublished manuscripts, and so, quite apart from their intrinsic mathematical interest, their survival in England during the seventeenth century provides an important case study in the dissemination of mathematics through informal networks of friends and acquaintances.



Tammo tom Dieck (University of Göttingen, Germany)  
**Algebraic Topology** (EMS Textbooks in Mathematics)

ISBN 978-3-03719-057-9. 2008. 284 pages. Softcover. 17 x 24 cm. 58.00 Euro

This book is written as a textbook on algebraic topology. The first part covers the material for two introductory courses about homotopy and homology. The second part presents more advanced applications and concepts (duality, characteristic classes, homotopy groups of spheres, bordism). The author recommends to start an introductory course with homotopy theory. For this purpose, classical results are presented with new elementary proofs. Alternatively, one could start more traditionally with singular and axiomatic homology. Additional chapters are devoted to the geometry of manifolds, cell complexes and fibre bundles. A special feature is the rich supply of nearly 500 exercises and problems. Several sections include topics which have not appeared before in textbooks as well as simplified proofs for some important results. Prerequisites are standard point set topology (as recalled in the first chapter), elementary algebraic notions (modules, tensor product), and some terminology from category theory. The aim of the book is to introduce advanced undergraduate and graduate (masters) students to basic tools, concepts and results of algebraic topology. Sufficient background material from geometry and algebra is included.



## SOCIETAT CATALANA DE MATEMÀTIQUES

### Filial de l'Institut d'Estudis Catalans

Carrer del Carme, 47, 08001 Barcelona

c/e: [scm@iec.cat](mailto:scm@iec.cat) Adreça web: <http://scm.iec.cat>

### Sol·licitud d'inscripció com a soci de la SCM o actualització de dades

Tipus de soci:  Ordinari  Estudiant (cal acreditació\*)  Institució  
 En reciprocitat. Sóc soci de \_\_\_\_\_  
(Al web trobareu la llista de societats amb les quals la SCM té acords de reciprocitat.)

Desitjo fer-me soci en reciprocitat de:  EMS  RSME

Nom i cognoms: \_\_\_\_\_  
o institució  
Adreça: \_\_\_\_\_ Telèfon: \_\_\_\_\_  
Fax: \_\_\_\_\_ Correu electrònic: \_\_\_\_\_  
Codi postal: \_\_\_\_\_ Població: \_\_\_\_\_  
Lloc d'estudi o de treball: \_\_\_\_\_

### Butlleta per a la domiciliació bancària

El sotasignat autoritza que anualment es faci efectiu el rebut de soci de la Societat Catalana de Matemàtiques a nom de \_\_\_\_\_

a la llibreta d'estalvi / el compte corrent / la targeta de crèdit que s'indica seguidament:

Titular del compte: \_\_\_\_\_

Entitat bancària: \_\_\_\_\_

Codi de l'entitat bancària:

Adreça de l'oficina: \_\_\_\_\_

Codi de l'oficina i dígit de control:

Número del compte o llibreta:

Targeta de crèdit:

Vàlida fins al:

Data: \_\_\_\_\_ DNI: \_\_\_\_\_

Signat: \_\_\_\_\_

Signatura

Les quotes per a l'any 2009 i 2010 són les següents: 34 euros socis ordinaris, 17 euros socis estudiants i membres de societats amb conveni de reciprocitat, 68 euros institucions, 20 euros EMS i 25 euros RSME, les dues últimes pagant la quota a través de la SCM.

\* Cal adjuntar fotocòpia del comprovant de la matrícula.